MATEMÁTICA

1 d

Um pintor pintou 30% de um muro e outro pintou 60% do que sobrou. A porcentagem do muro que falta pintar é:

a) 10% b) 15% c) 23% d) 28% e) 33%

Resolução

1) 60% de 70% = 42%

2) 100% – 42% – 30% = 28%

2 d

Se $(x - y)^2 - (x + y)^2 = -20$, então x . y é igual a:

a) – 1 b) 0 c) 10 d) 5 e) $\frac{1}{5}$

Resolução

$(x - y)^2 - (x + y)^2 = -20 \Leftrightarrow -4xy = -20 \Leftrightarrow \mathbf{xy = 5}$

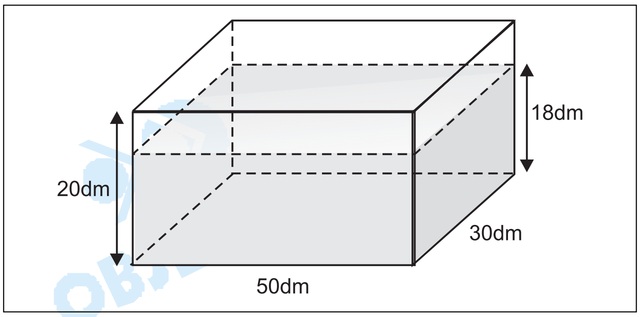
3 c

Uma piscina com 5 m de comprimento, 3 m de largura e 2 m de profundidade tem a forma de um paralelepípedo retângulo. Se o nível da água está 20 cm abaixo da borda, o volume de água existente na piscina é igual a:

a) 27000 cm^3 b) 27000 m^3 c) 27000 litros

d) 3000 litros e) 30 m^3

Resolução



O volume de água existente na piscina é igual a

$(50 \cdot 30 \cdot 18) dm^3 = 27000\ dm^3 = 27000\ \ell$

4 c

Numa seqüência infinita de círculos, cada círculo, a partir do segundo, tem raio igual à metade do raio do círculo anterior. Se o primeiro círculo tem raio 4, então a soma das áreas de todos os círculos é:

a) 12π b) $\frac{15\pi}{4}$ c) $\frac{64\pi}{3}$

d) 32π e) $\frac{32\pi}{3}$

Resolução

As áreas dos círculos são termos da progressão geométrica.

$(\pi \,.\, 4^2; \pi \,.\, 2^2; \pi \,.\, 1^2; \ldots)$ de razão $\frac{1}{4}$.

A soma S das áreas desses círculos é

$$S = \frac{\pi \,.\, 4^2}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{64\pi}{3}$$

5 e

12 professores, sendo 4 de matemática, 4 de geografia e 4 de inglês, participam de uma reunião com o objetivo de formar uma comissão que tenha 9 professores, sendo 3 de cada disciplina. O número de formas distintas de se compor essa comissão é:

a) 36 b) 108 c) 12 d) 48 e) 64

Resolução

Dos 4 professores de cada uma das três disciplinas, serão escolhidos sempre 3 professores. O número total de comissões possíveis com 9 professores sendo 3 de cada disciplina é:

$$C_{4;3} \,.\, C_{4;3} \,.\, C_{4;3} = \left[\binom{4}{3}\right]^3 = 4^3 = 64$$

6 c

Se [– 1 ; 2] é o conjunto imagem de uma função f(x), então o conjunto imagem de g (x) = 2 f (x) + 1 é:

a) [– 1;2] b) [– 2;1] c) [– 1 ; 5]
d) [0; 4] e) [– 4; – 1]

Resolução

Para todo $x \in D(f)$, tem-se:

$Im(f) = [-1; 2] \Rightarrow f(x) \in [-1; 2] \Rightarrow -1 \leq f(x) \leq 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2 \leq 2f(x) \leq 4 \Leftrightarrow -1 \leq 2\,f(x) + 1 \leq 5 \Leftrightarrow -1 \leq g(x) \leq 5$

pois, $g(x) = 2f(x) + 1$.

Assim sendo, $Im(g) = [-1; 5]$.

7 b

Considere as funções f (x) = 3 x – 5, g (x) = $3x^2 + 2x - 4$ h(x) = $x - x^2$ e o número real $A = \left|\frac{f(0) \div g(-1)}{h(2)}\right|$.

Então 5 . A^{-1} vale:

a) $\frac{1}{6}$ b) 6 c) – 6 d) 5 e) $\frac{1}{5}$

Resolução

1) $f(x) = 3x - 5 \Rightarrow f(0) = -5$

2) $g(x) = 3x^2 + 2x - 4 \Rightarrow g(-1) = 3(-1)^2 + 2 \,.\, (-1) - 4 = -3$

3) $h(x) = x - x^2 \Rightarrow h(2) = 2 - 2^2 = -2$

4) $A = \left| \dfrac{f(0) \div g(-1)}{h(2)} \right| = \left| \dfrac{(-5) \div (-3)}{(-2)} \right| = \dfrac{5}{6}$

5) $5 \,.\, A^{-1} = 5 \,.\, \dfrac{6}{5} = 6$

8 b

Dado m > O, a equação $\sqrt{x + m} = x - \sqrt{m}$ admite:

a) unicamente a raiz nula
b) uma única raiz real e positiva
c) uma única raiz real e negativa
d) duas raízes reais, sendo uma nula
e) duas raízes reais e simétricas

Resolução

$\sqrt{x + m} = x - \sqrt{m} \Rightarrow x + m = x^2 + m - 2\sqrt{m}\,x \Rightarrow$

$\Rightarrow x = x^2 - 2\sqrt{m}\,x \Leftrightarrow x^2 - x - 2\sqrt{m}\,x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \,.\, [x - 1 - 2\sqrt{m}\,] = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1 + 2\sqrt{m}$

A sentença $\sqrt{x + m} = x - \sqrt{m}$ *é falsa para* $x = 0$ *e verdadeira para* $x = 1 + 2\sqrt{m}$.

A única solução da equação é, portanto, o número real e positivo $\boldsymbol{1 + 2\sqrt{m}}$.

9 a

Se $\dfrac{2^x \,.\, 3^{x+2}}{3 \,.\, 5^{1-x}} = \dfrac{1}{50}$ entao $x^2 - 3$ e igual a:

a) – 2 b) – 1 c) 1 d) 2 e) 3

Resolução

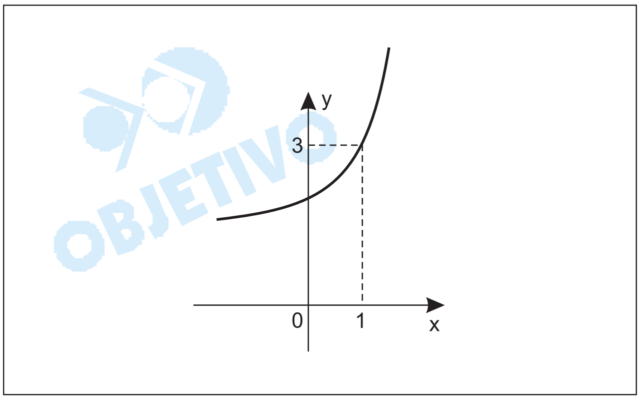
$\dfrac{2^x \,.\, 3^{x+2}}{3 \,.\, 5^{1-x}} = \dfrac{1}{50} \Leftrightarrow \dfrac{2^x \,.\, 3^x \,.\, 3^2}{3 \,.\, 5 \,.\, 5^{-x}} = \dfrac{1}{50} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{2^x \,.\, 3^x \,.\, 5^x \,.\, 3}{5} = \dfrac{1}{50} \Leftrightarrow (2 \,.\, 3 \,.\, 5)^x = \dfrac{1}{30} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 30^x = 30^{-1} \Leftrightarrow x = -1 \Leftrightarrow x^2 - 3 = (-1)^2 - 3 = -2$

10 a

Na figura temos o esboço do gráfico de $y = a^x + 1$. O valor de 2^{3a-2} é:



a) 16 b) 8 c) 2 d) 32 e) 64

Resolução

Como o ponto (1; 3) pertence ao gráfico da função $y = a^x + 1$, temos:

$$3 = a^1 + 1 \Leftrightarrow a = 2$$

Para a = 2, temos: $2^{3a-2} = 2^{3 \cdot 2 - 2} = 2^4 = 16$

11 b

Se $2^m = 3$, então $\log_2 54$ é igual a:

a) 2m + 3 b) 3m + 1 c) 6m
d) m + 6 e) m + 3

Resolução

$2^m = 3 \Leftrightarrow m = \log_2 3$

Então: $\log_2 54 = \log_2 (2 \cdot 3^3) = \log_2 2 + 3 \cdot \log_2 3 = 1 + 3 \cdot m$

12 e

Considere os valores inteiros de x tais que $\log_{\frac{1}{2}} (x - 3) > -2$.

A soma desses valores é:

a) 9 b) 22 c) 10 d) 12 e) 15

Resolução

$$\log_{1/2} (x - 3) > -2 \Leftrightarrow 0 < x - 3 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0 < x - 3 < 4 \Leftrightarrow 3 < x < 7$$

As soluções inteiras são 4, 5 e 6, e a soma é 15.

13 b

O sistema $\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - z = -3 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases}$ é:

a) possível e determinado, sendo x y z = – 6
b) possível e determinado, sendo x y z = – 4
c) possível e determinado, sendo x + y + z = 5
d) possível e indeterminado
e) impossível

Resolução

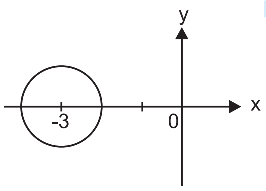
$$\begin{cases} x - y + z = 6 \\ 2x + y - z = -3 \\ x + 2y - z = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - y + z = 6 \\ 3x = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

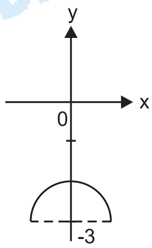
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + z = 6 \\ x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 4 \end{cases}$$

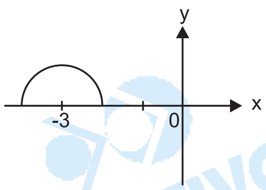
Portanto, o sistema é possível e determinado, sendo $x \,.\, y \,.\, z = -4$

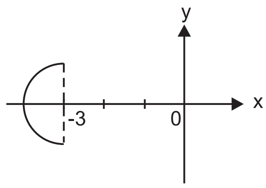
14 e

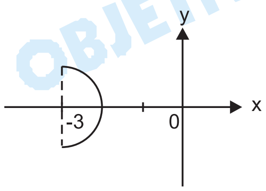
A melhor representação gráfica dos pontos (x, y) tais que $x + 3 = \sqrt{1 - y^2}$ é:

a)


b)


c)


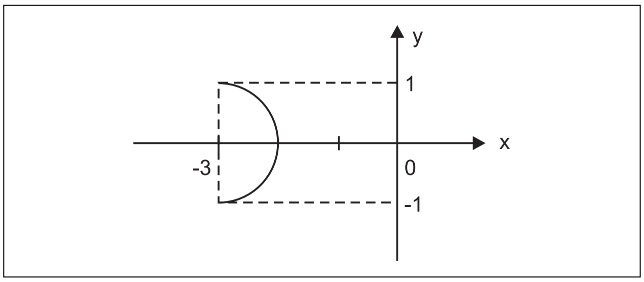
d)


e)


Resolução

$x + 3 = \sqrt{1 - y^2} \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 1 - y^2$, *com* $x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x + 3)^2 + y^2 = 1$, *com* $x \geq -3$.

Portanto o conjunto dos pontos (x; y) tais que $x + 3 = \sqrt{1 - y^2}$ *é um arco de circunferência de centro (– 3; 0) e r = 1, conforme representação a seguir.*



15 e

Dada a matriz $A = (a_{ij})_{2x2}$, tal que

$a_{ij} = \begin{cases} \cos x, \text{ se } i = j \\ 1, \text{ se } i \neq j \end{cases}$, o determinante da matriz A é sempre igual a:

a) $2 \operatorname{sen}^2 x$ b) $\cos x$ c) $\operatorname{sen} x$
d) $-\cos^2 x$ e) $-\operatorname{sen}^2 x$

Resolução

$$\left.\begin{array}{l} A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \\ \\ a_{ij} = \begin{cases} \cos x, \text{ se } i = j \\ 1, \text{ se } i \neq j \end{cases} \end{array}\right\} A = \begin{pmatrix} \cos x & 1 \\ 1 & \cos x \end{pmatrix}$$

Então: $Det(A) = \cos^2 x - 1 = -\operatorname{sen}^2 x$

16 d

Se $\operatorname{sen}(x + \pi) = \cos(\pi - x)$, então x pode ser:

a) π b) $\dfrac{\pi}{2}$ c) $\dfrac{3\pi}{4}$ d) $\dfrac{5\pi}{4}$ e) $\dfrac{7\pi}{4}$

Resolução

$\operatorname{sen}(x + \pi) = \operatorname{sen} x \cdot \cos \pi + \cos x \cdot \operatorname{sen} \pi = -\operatorname{sen} x$

$\cos(\pi - x) = \cos \pi \cdot \cos x + \operatorname{sen} \pi \cdot \operatorname{sen} x = -\cos x$

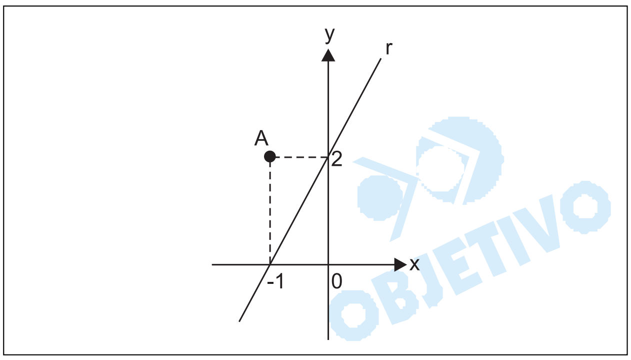
Então: $\operatorname{sen}(x + \pi) = \cos(\pi - x) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\operatorname{sen} x = -\cos x \Leftrightarrow \operatorname{tg} x = 1$

Donde: x pode ser $5\pi/4$

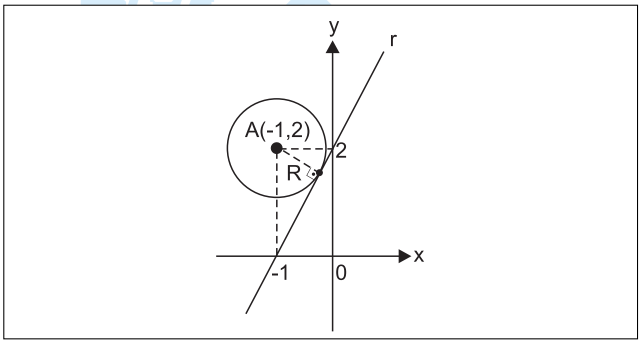
17 a

O círculo de centro A e tangente à reta r da figura tem área:



a) $\frac{4\pi}{5}$ b) $\frac{5\pi}{4}$ c) $\frac{3\pi}{5}$ d) $\frac{\pi}{5}$ e) $\frac{3\pi}{4}$

Resolução



$$(r)\ \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 2x - y + 2 = 0$$

$$R = d_{A,r} = \frac{|\,2(-1) + (-1)\,.\,2 + 2\,|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$S = \pi\,.\,r^2 = \pi\,.\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{4\pi}{5}\ (ua)$$

18 c

O número natural 8 . 5^k tem 24 divisores positivos. O valor de k é:

a) 3 b) 4 c) 5 d) 6 e) 7

Resolução

$$\left.\begin{array}{r} a = 8\,.\,5^k = 2^3\,.\,5^k \\ n[D_+\,(a)] = 24 \end{array}\right\} \Rightarrow (3 + 1)\,(k + 1) = 24 \Leftrightarrow$$

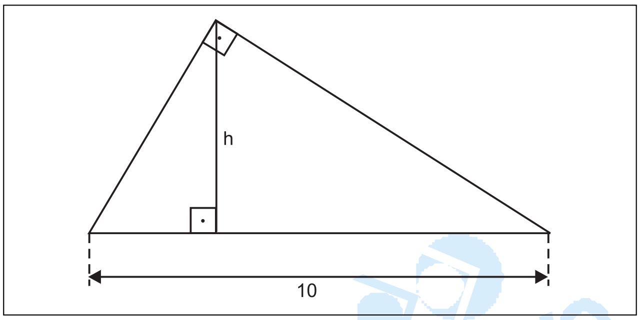
$$\Leftrightarrow k + 1 = 6 \Leftrightarrow k = 5$$

19 d

Num triângulo retângulo de área 15 e hipotenusa 10 a altura relativa à hipotenusa mede:

a) 4 b) 3,5 c) 2 d) 3 e) 4,5

Resolução

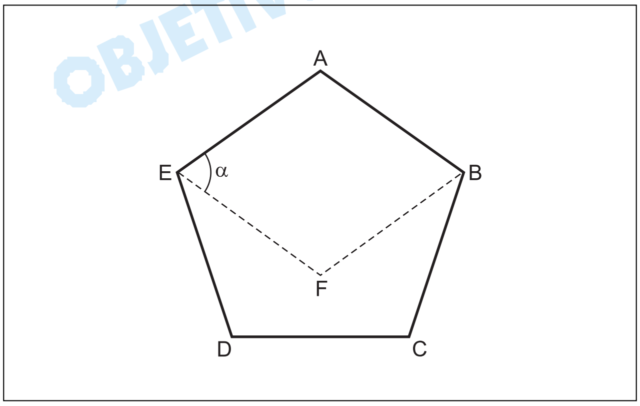


Seja h a altura relativa à hipotenusa.
Como a área do triângulo é 15, temos:

$$\frac{10\,.\,h}{2} = 15 \Leftrightarrow h = 3$$

20 a

Na figura, ABCDE é um pentágono regular, $\overline{EF}$ é paralelo a $\overline{AB}$ e $\overline{BF}$ é paralelo a $\overline{AE}$. A medida do ângulo α é:



a) 72° b) 54° c) 60° d) 76° e) 36°

Resolução

Como o pentágono é regular, temos:

$$B\hat{A}E = \frac{(5-2)\ .\ 180°}{5} = 108°$$

O quadrilátero ABFE é um paralelogramo e portanto,

$F\hat{E}A + B\hat{A}E = 180° \Leftrightarrow \alpha + 108° = 180° \Leftrightarrow \alpha = 72°$