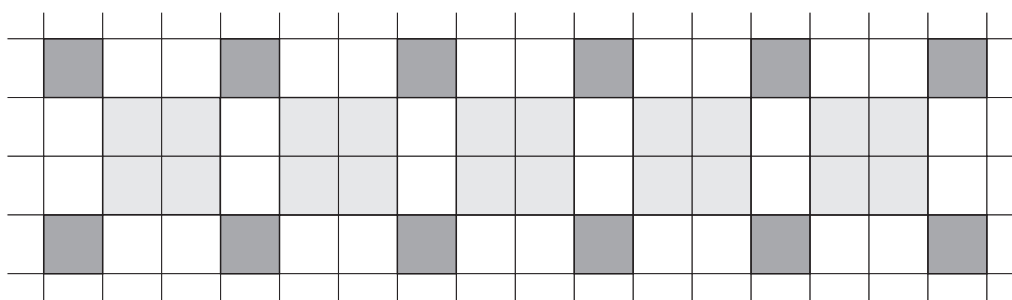
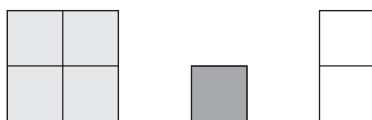


O quadrado e outros quadriláteros



Para pensar

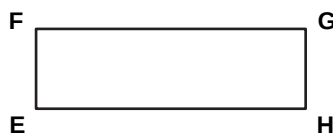
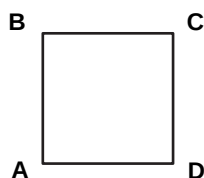
No mosaico acima, podemos identificar duas figuras bastante conhecidas: o **quadrado**, de dois tamanhos diferentes, e o **retângulo**.



As duas figuras possuem quatro ângulos internos iguais e retos, portanto medem 90° cada um.

Além disso, o quadrado tem os quatro lados iguais e o retângulo tem dois pares de lados iguais chamados **lados opostos**.

Vejamos como se representam as observações acima:

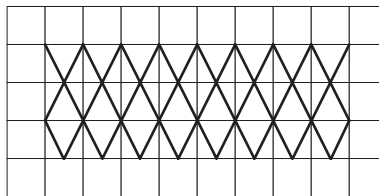


No quadrado ABCD: $AB = BC = CD = AD \rightarrow$ lados iguais
 $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D} \rightarrow$ ângulos iguais

No retângulo EFGH: $EF = GH \rightarrow$ lados opostos iguais
 $FG = EH \rightarrow$ lados opostos iguais
 $\hat{E} = \hat{F} = \hat{G} = \hat{H} \rightarrow$ ângulos iguais

Nossa aula

Veja, agora, um outro mosaico formado por uma figura de quatro lados também conhecida:



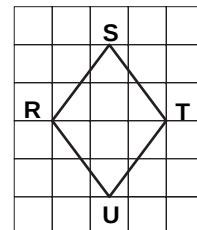
Essa figura, chamada **losango**, possui os quatro lados iguais e dois pares de ângulos iguais, os ângulos opostos.

No losango RSTU:

$$RS = ST = TU = UR \rightarrow \text{lados iguais}$$

$$\hat{R} = \hat{T} \rightarrow \text{ângulos opostos iguais}$$

$$\hat{S} = \hat{U} \rightarrow \text{ângulos opostos iguais}$$



Outra figura de quatro lados que possui também dois pares de ângulos iguais é o **paralelogramo**. Note que seus lados opostos são iguais dois a dois, como no retângulo.

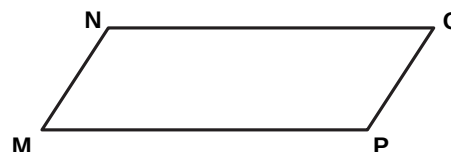
No paralelogramo MNOP:

$$MN = OP \left\{ \begin{array}{l} \text{dois pares de lados} \\ \text{opostos iguais} \end{array} \right.$$

$$NO = MP \left\{ \begin{array}{l} \text{dois pares de lados} \\ \text{opostos iguais} \end{array} \right.$$

$$\hat{M} = \hat{O} \left\{ \begin{array}{l} \text{dois pares de ângulos} \\ \text{opostos iguais} \end{array} \right.$$

$$\hat{N} = \hat{P} \left\{ \begin{array}{l} \text{dois pares de ângulos} \\ \text{opostos iguais} \end{array} \right.$$



Todas as figuras apresentadas nesta aula são chamadas de **quadriláteros** (*quadri* = quatro e *láteros* = lados).

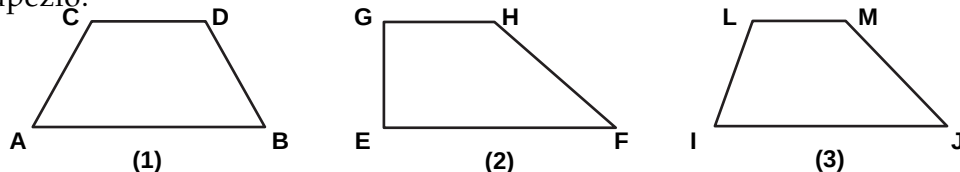
Veja um resumo das características (propriedades) dessas figuras:

	4 LADOS IGUAIS	APENAS LADOS OPOSTOS IGUAIS	2 PARES DE LADOS OPOSTOS PARALELOS	4 ÂNGULOS IGUAIS	APENAS ÂNGULOS OPOSTOS IGUAIS
	×		×	×	
		×	×	×	
	×		×		×
		×	×		×

Observe que na 3ª coluna aparece uma propriedade comum a todas as figuras, ou seja, as quatro possuem dois pares de lados opostos paralelos. Por isso, são chamadas de **paralelogramos**. Portanto:

Os paralelogramos são quadriláteros que possuem dois pares de lados opostos paralelos.

O **trapézio** não é um paralelogramo, pois é quadrilátero que tem **apenas um par de lados opostos paralelos**, que chamamos de **bases**. Veja alguns tipos de trapézio:



O trapézio **1** tem os lados AB e CD paralelos, sendo AB a **base maior** e CD a **base menor**. Os outros dois lados não são paralelos mas são iguais, isto é, $AC = BD$. Esse é o **trapézio isósceles**.

O trapézio **2** tem o lado EG perpendicular às bases formando, portanto, ângulos retos $\hat{E}$ e $\hat{G}$. Esse é o **trapézio retângulo**.

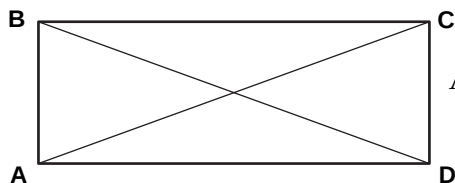
O trapézio **3** tem os dois lados não paralelos desiguais, isto é, $IL \neq JM$. Esse é o **trapézio escaleno**.

Essa classificação dos trapézios tem uma analogia (semelhança) com a classificação dos triângulos vista na aula anterior, lembra-se? Assim fica fácil lembrar de nomes novos.

Vamos conhecer agora um elemento dos quadriláteros que não existe nos triângulos: a diagonal.

Diagonal de um quadrilátero é o segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos.

No retângulo ABCD, os vértices não consecutivos são A e C, e B e D. Veja a figura:



AC e BD são as diagonais

No retângulo as **diagonais são iguais e se cortam ao meio**.

Faça você as outras figuras (paralelogramos) e conclua as propriedades das diagonais.

Confira suas conclusões com a tabela abaixo.

	DUAS DIAGONAIS IGUAIS	DUAS DIAGONAIS DESIGUAIS	DIAGONAIS PERPENDICULARES	DIAGONAIS QUE SE CORTAM AO MEIO
	×		×	×
	×			×
		×	×	×
		×		×

Observe que na 4ª coluna aparece a propriedade comum às diagonais dos paralelogramos:

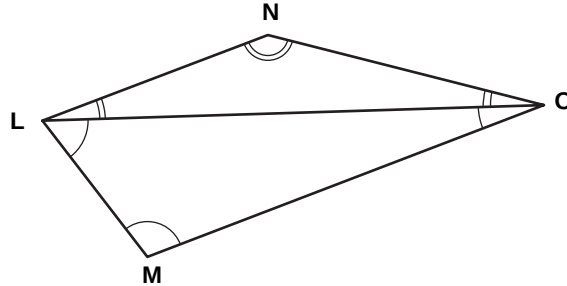
As diagonais dos paralelogramos se cortam ao meio.

Soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer

Já sabemos que em qualquer triângulo a soma dos três ângulos internos é 180° .

Um quadrilátero é convexo quando uma das diagonais fica totalmente no interior do quadrilátero, como na figura.

Quando traçamos uma das diagonais de um quadrilátero, ele fica dividido em dois triângulos:



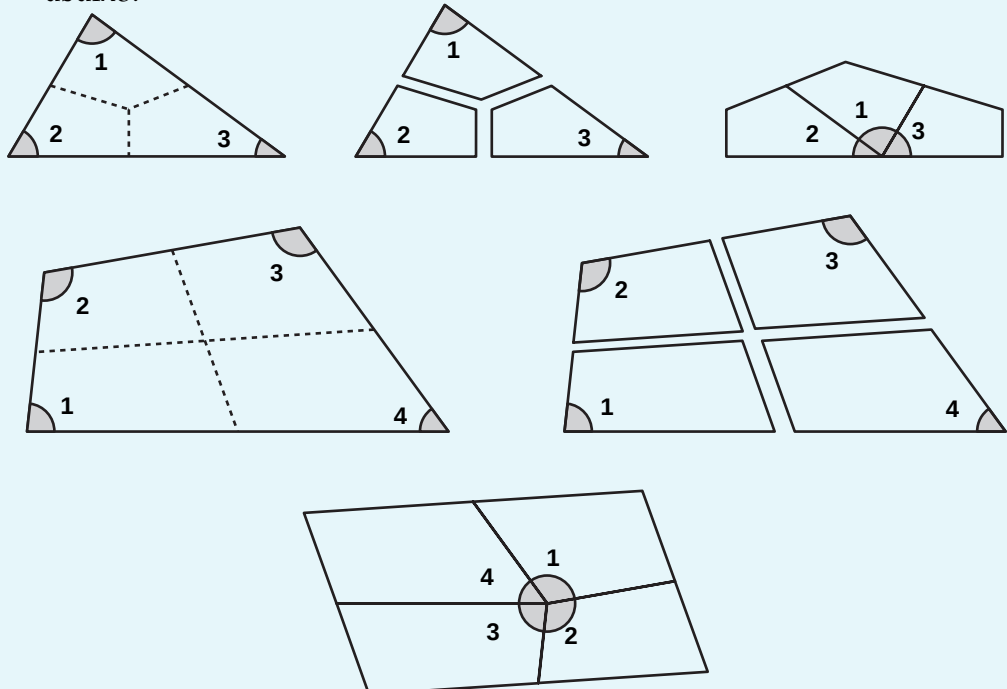
A soma dos ângulos do triângulo LMO, assim como a soma dos ângulos do triângulo LNO, é igual a 180° .

Somando-se os ângulos dos dois triângulos, encontramos a soma dos ângulos do quadrilátero. Portanto, $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

A soma dos ângulos internos de um quadrilátero convexo é 360°

Curiosidade!

Usando recortes e colagens, podemos mostrar com bastante facilidade que a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer é igual a 180° e que a dos quadriláteros convexos vale 360° , como nas figuras abaixo.



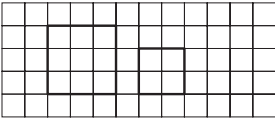
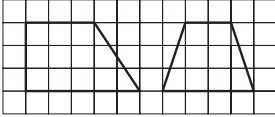
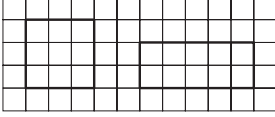
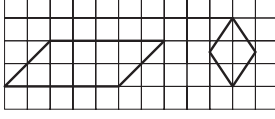
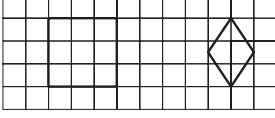
Exercício 1

Como se chama o quadrilátero:

- Que possui os lados opostos iguais?
- Que possui somente um par de lados paralelos?
- Que possui os quatro ângulos iguais a 90° ?
- Que possui as diagonais iguais cortando-se ao meio?

Exercício 2

Complete a tabela com o que se pede:

FIGURAS GEOMÉTRICAS	PONTOS EM COMUM	DIFERENÇAS
		
		
		
		
		

Exercício 3

Desenhe:

- Um quadrilátero com quatro lados iguais que não seja um quadrado.
Diga seu nome.
- Um quadrilátero com quatro ângulos iguais que não seja um quadrado.
Diga seu nome.
- Um quadrilátero que tenha somente dois ângulos retos. Diga seu nome.
- Um quadrilátero cujas diagonais cortam-se ao meio mas não são iguais.

Exercício 4

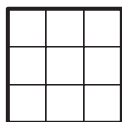
Nesta figura quadriculada existe um total de 5 quadrados.



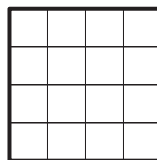
Temos um quadrado de $2 \cdot 2$ e 4 quadrados de $1 \cdot 1$.

Descubra quantos quadrados existem nos seguintes quadriculados:

a)

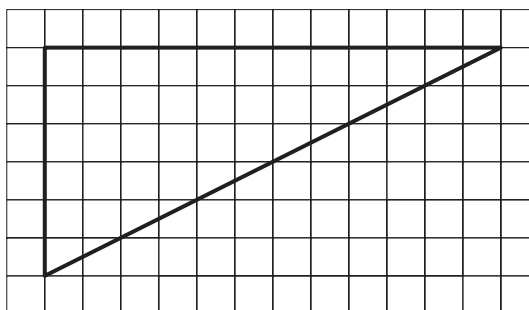


b)



Exercício 5

Desenhe em papel quadriculado 4 triângulos retângulos iguais a este:



a) Recorte-os.

b) Agora desenhe, em papel quadriculado, um quadrado. A medida do lado do quadrado deve ser igual à medida do lado menor do triângulo que você recortou.

c) Recorte também esse quadrado. Você construiu um quebra-cabeça com 5 peças.

Atividades:

- Construa com 2 peças do seu quebra-cabeça:
 - um paralelogramo;
 - um retângulo.
- Registre as soluções encontradas em papel quadriculado.
- Com 3 peças de seu quebra-cabeça, forme:
 - um paralelogramo;
 - um retângulo.
- Registre as soluções encontradas em papel quadriculado.
- Utilizando as 5 peças, tente formar figuras diferentes e registre-as em papel quadriculado.

Exercício 6

Sabendo que um dos ângulos de um paralelogramo mede 45° , calcule os outros três ângulos.