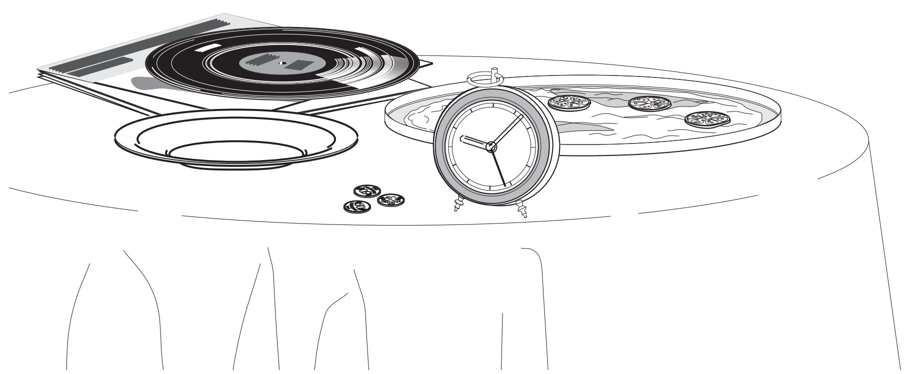
AULA

45

O círculo e o número π

Para pensar

O círculo é uma figura geométrica bastante comum em nosso dia-a-dia. Observe à sua volta quantos objetos circulares estão presentes: nas moedas, nos discos, à mesa de refeição...



Agora pense, o que você faria para:

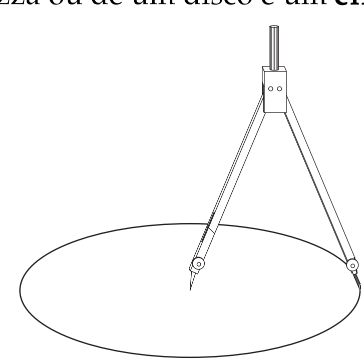
- riscar no tecido o contorno de uma toalha de mesa redonda?
- desenhar um círculo no seu caderno?
- marcar o limite das escavações de um poço no chão?

Nossa aula

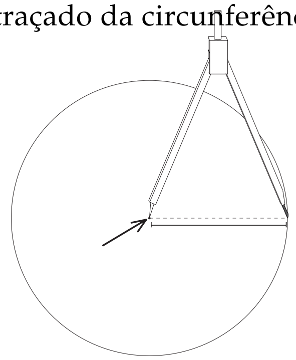
Quando falamos em círculo, ninguém tem dúvida quanto ao formato dessa figura geométrica. No entanto, em geometria, costuma-se fazer uma pequena distinção entre círculo e circunferência, sobre a qual você já deve ter ouvido falar.

A superfície de uma moeda, de uma pizza ou de um disco é um **círculo**.

Quando riscamos no papel ou no chão apenas o contorno do círculo, este contorno é chamado **circunferência**.



O **compasso** é um instrumento utilizado para desenhar **circunferências**. Como você pode ver na figura ao lado, o compasso possui duas "pernas". Uma delas tem uma ponta metálica, que deve ser assentada no papel, no local que será o **centro** da circunferência. A outra ponta, com o grafite, deve ser girada para obter o traçado da circunferência.



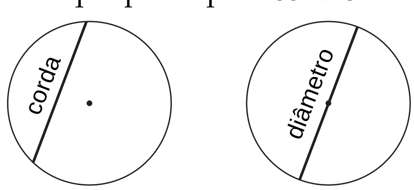
Antes de traçar uma circunferência, devemos decidir qual será a abertura entre as pernas do compasso. A distância entre as duas pontas do compasso define o **raio** da circunferência.

Agora, pegue um compasso e trace uma circunferência. Repare que todos os pontos da circunferência que você riscou no papel estão a uma mesma distância do **centro**. Essa distância é o **raio**.

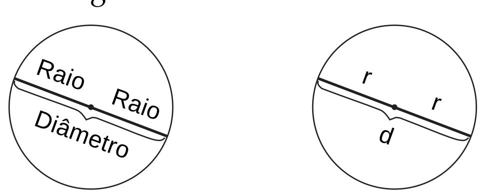
Com essas informações, você consegue improvisar seu compasso. Utilizando uma tachinha, um barbante e um giz você pode riscar uma circunferência no chão ou no tecido. Os operários, jardineiros e pedreiros, por exemplo, costumam usar uma corda e duas estacas.

Algumas definições importantes

Corda é o segmento que une dois pontos quaisquer da circunferência.
Diâmetro é uma corda que passa pelo **centro** da circunferência.



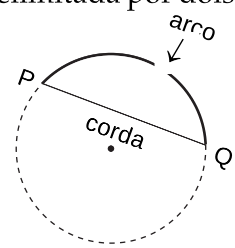
Observe que o diâmetro é sempre a corda maior: como é a corda que passa pelo **centro**, sua medida é igual a duas vezes a medida do raio. Veja a figura:

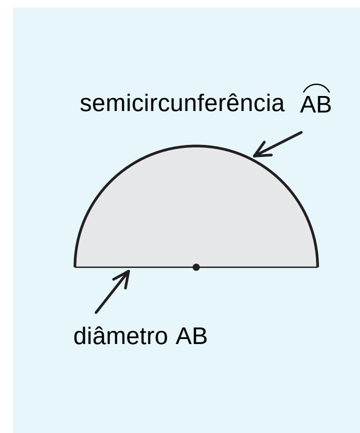


$$\boxed{d = 2 \cdot r}$$

Assim, se você precisar medir a maior distância entre dois pontos de uma circunferência, deve medir o **diâmetro**, ou seja, o seu instrumento de medida (régua, trena ou fita métrica) deve passar pelo **centro** da circunferência.

Em alguns casos, porém, apenas uma parte da circunferência é utilizada. Esta parte da circunferência, delimitada por dois pontos quaisquer, é chamada **arco** de circunferência.





Para simbolizar a corda que une os pontos P e Q, utilizamos a notação de segmento de reta, ou seja, corda PQ.

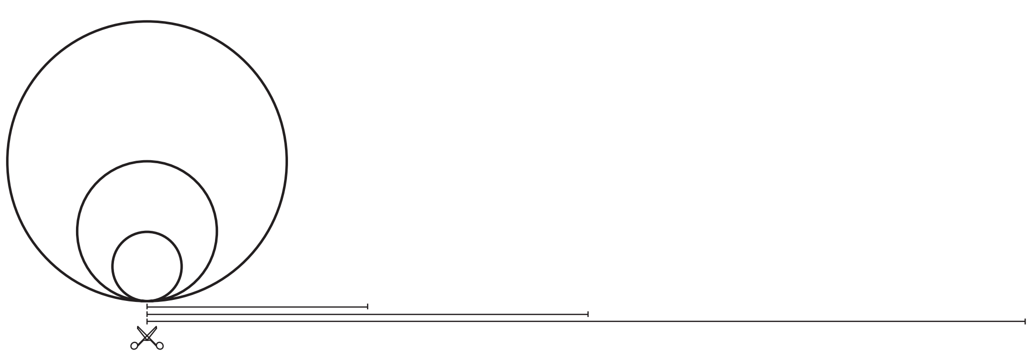
Por outro lado, o arco também começa em P e termina em Q mas, como você pode ver, a corda e o arco são diferentes e por isso a simbologia também deve ser diferente. Para o arco, usamos $\overset{\frown}{PQ}$.

Da mesma forma que a maior corda é o diâmetro, o maior arco é aquele que tem as extremidades em um diâmetro. Esse arco é chamado **semicircunferência,** e a parte do círculo correspondente é chamada **semicírculo.**

O comprimento da circunferência

Quanto maior for o raio (ou o diâmetro) de uma circunferência maior será o seu comprimento. É fácil perceber isso. Imagine que você vai caminhar em torno de uma praça circular: você andará menos em uma praça com 500 metros de diâmetro do que numa praça com 800 metros de diâmetro.

No exemplo abaixo, cada uma das três circunferências foi cortada no ponto marcado com uma tesourinha, e a linha do traçado de cada uma delas foi esticada.



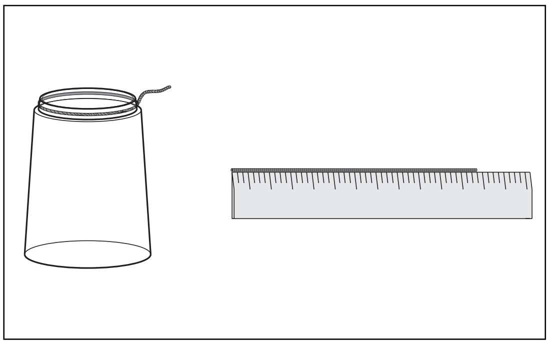
Como já sabemos que o diâmetro e o comprimento de uma circunferência estão relacionados, vamos a seguir compará-los.

Descobrindo uma relação

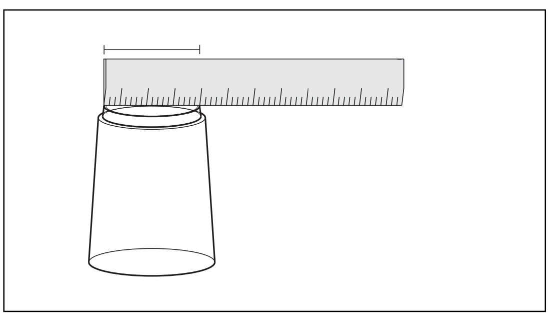
Usando diferentes objetos com a forma circular, vamor medir o comprimento das circunferências (das bordas) e de seus diâmetros. Tente medir objetos circulares variados, como um copo ou uma mesa redonda.

Você pode estar se perguntando: “Mas como medir a linha curva?”.

Um barbante ou uma fita métrica pode servir. Acompanhe este exemplo:



- Pegue um copo e um pedaço de barbante. Coloque o copo com a boca para baixo e contorne a borda do fundo do copo com o barbante. Marque com uma caneta o ponto do barbante que toca o seu começo. Então estique o barbante e meça com a régua o comprimento do começo do barbante até a marquinha que você fez.



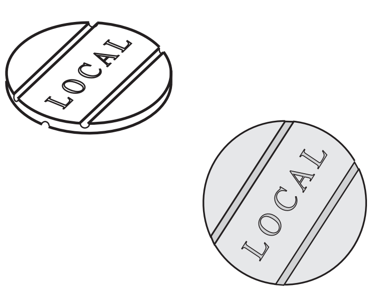
- No copo que nós utilizamos, essa medida foi de 15,5 cm ou 155 mm.
- Agora meça o diâmetro. Não esqueça que qualquer diâmetro tem a mesma medida e que o diâmetro passa pelo centro. Aqui obtivemos 4,9 cm ou 49 mm.

Para saber quantas vezes o comprimento da circunferência é maior que o diâmetro, vamos dividir a medida da circunferência pela medida do diâmetro. Usando uma máquina de calcular encontramos o seguinte resultado:

$$\frac{\text{comprimento}}{\text{diâmetro}} = \frac{155\text{mm}}{49\text{mm}} = 3{,}16$$

Observe que, nesse e nos próximos exemplos, utilizamos apenas duas casas decimais no resultado das divisões.

Vamos repetir a experiência do copo com outros objetos do nosso dia-a-dia.



Medindo uma ficha telefônica, encontramos aproximadamente 69 mm para o comprimento da circunferência e 22 mm para o diâmetro.

$$\frac{\text{comprimento}}{\text{diâmetro}} = \frac{69\text{mm}}{22\text{mm}} = 3{,}13$$

Observe as medidas que obtivemos com vários objetos:

OBJETO	COMPRIMENTO	DIÂMETRO	$\frac{\text{COMPRIMENTO}}{\text{DIÂMETRO}}$
tampo de mesa	3,10 m	1 m	3,10
pires de xícara	47 cm	15 cm	3,13
prato de refeição	73,5 cm	23,4 cm	3,14
pirex de vidro	84,8 cm	27 cm	3,14
fundo de copo	155 mm	49 mm	3,16
ficha telefônica	69 mm	22 mm	3,13

Ao dividir a medida do comprimento da circunferência pela medida de seu diâmetro, encontramos sempre um número um pouco maior do que 3. Na realidade, esse número é sempre o mesmo e vale aproximadamente **3,14**.

Na prática, de acordo com os exemplos, não obtivemos o resultado 3,14 em todas as divisões. Isso ocorre porque é impossível obter medidas **exatas** com os métodos que utilizamos. Da mesma forma que nossas medições são aproximadas, o resultado das divisões também é uma aproximação.

Atenção!

Esse é um resultado muito importante em Matemática. Esse número tão útil e importante é chamado **pi** e simbolizado pela letra grega π (que já existe em muitas calculadoras).

Conclusão

$$\frac{\text{comprimento da circunferência}}{\text{diâmetro da circunferência}} = \frac{C}{d} = \pi$$

O cálculo da medida do comprimento de uma circunferência, quando conhecemos a medida de seu raio, pode ser feito por meio da relação acima. Note que d = 2r, logo:

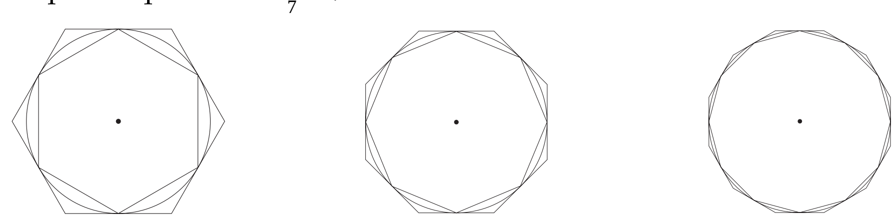
$$\frac{C}{d} = \pi \rightarrow \frac{C}{2r} = \pi \rightarrow C = \pi \, . \, 2r \text{ ou } C = 2\pi r$$

Um pouco de História

Arquimedes, que viveu por volta de 287 a 212 anos antes de Cristo, foi um gênio da Matemática e da Física, além de grande construtor de máquinas de guerra. Ele desenvolveu muitos estudos para obter um cálculo aproximado de π. Sabia que a divisão do comprimento de uma circunferência por seu diâmetro é um número constante, qualquer que seja o tamanho da circunferência.

Para calcular o número π, Arquimedes aproximou polígonos por dentro e por fora da circunferência e mediu os perímetros. Quanto maior era o número de lados do polígono mais ele se aproximava da medida da circunferência.

O valor utilizado para π foi, durante muitos anos, o número aproximado obtido por Arquimedes: $\frac{22}{7} = 3,142857142857...$



6 lados *8 lados* *12 lados*

Para você saber mais

Descobriu-se, posteriormente, que o número π não pode ser representado por uma fração e que ele tem infinitas casas decimais. O número π é exemplo de um tipo de número chamado **irracional**.

Há cem anos aproximadamente, o matemático William Shanks calculou o número π com 707 casas decimais. Para realizar essa tarefa, precisou de 15 anos!

Atualmente os supercomputadores são capazes de apresentar o número π com milhares de casas decimais em apenas alguns minutos.

$$\pi = \mathbf{3{,}14}159265358979323846264338327950 28...$$

Na prática, usa-se apenas **3,14** ou **3,1416** para aproximar o valor de π.

Exercícios

Exercício 1
Usando um compasso, desenhe uma circunferência com um raio de 5 cm.

Exercício 2
Usando um compasso, desenhe uma circunferência com diâmetro de 10 cm.

Exercício 3
Desenhe duas circunferências com o mesmo centro e com os raios medindo 4 cm e 6 cm. Qual delas tem o maior comprimento?

Exercício 4
Numa bicicleta em que o raio da roda é de 26 cm, qual será, aproximadamente, o comprimento da circunferência da roda?

Exercício 5
Medindo uma circunferência com fita métrica graduada obtivemos 62,8 cm de comprimento. Qual a medida do diâmetro dessa circunferência?

Exercício 6
Complete a tabela abaixo:

RAIO = r	DIÂMETRO = d	COMPRIMENTO = $2\pi r$
2	4	$4 \cdot 3{,}14 = 12{,}56$
1		
	5	
		18,84

Exercício 7
Se uma circunferência tem 18,84 m de comprimento, qual o comprimento da semicircunferência dela obtida?

Exercício 8
Agora imagine uma circunferência de 18,84 m de comprimento que foi dividida em 4 arcos do mesmo tamanho. Qual o comprimento de cada um dos arcos?

Exercício 9
Numa circunferência de 1 cm de raio, quanto mede a maior corda que podemos desenhar?

Exercício 10
Desenhe uma circunferência e divida-a em apenas dois arcos.