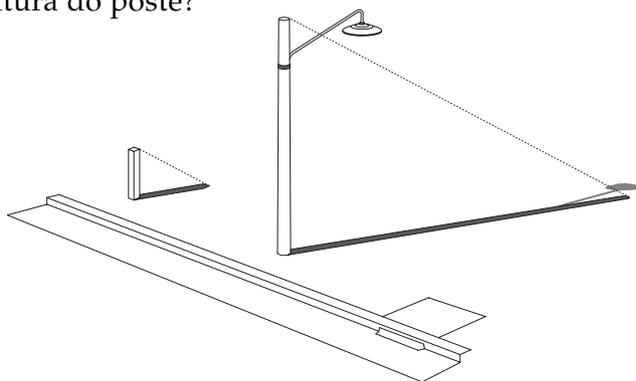


# O Teorema de Tales

- A estaca tem 1,50 m e sua sombra 2,20 m. A sombra do poste mede 4,90 m. Qual é a altura do poste?



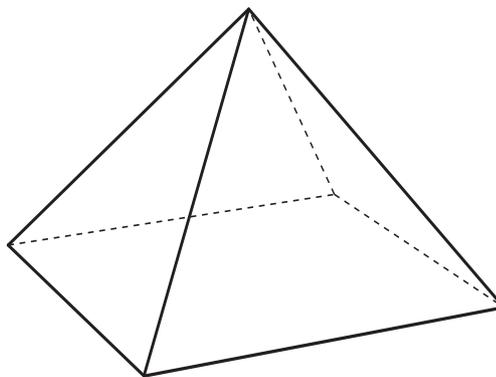
- A massa de um bloco de gelo é de 13 kg. Se 10% do gelo derreter, de quanto passará a ser a sua massa?
- Com um par de esquadros, desenhe um feixe de 5 retas paralelas. Depois, trace sobre elas 2 retas transversais que não sejam paralelas entre si. Meça os segmentos determinados nas retas transversais. Eles são proporcionais?

## As pirâmides do Egito

As pirâmides egípcias são monumentos grandiosos. A técnica empregada em suas construções até hoje fascina o homem.

A pirâmide de Qué ops, no Egito, foi construída por volta de 2.500 anos antes de Cristo.

Considerada uma das grandes maravilhas do mundo antigo, Quéops tem aproximadamente 150 metros de altura. Sua base é um quadrado cujos lados medem cerca de 230 metros.



## Para pensar

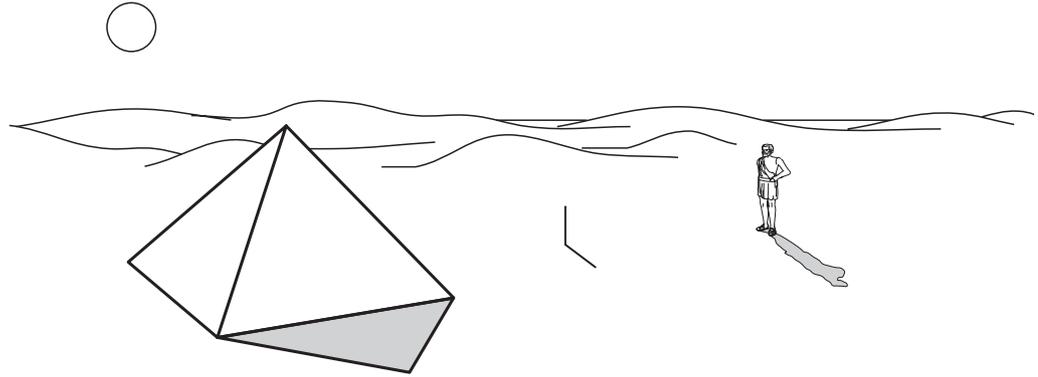
## Nossa aula

## Tales e a pirâmide

O filósofo e matemático Tales nasceu na cidade de Mileto, na Grécia antiga, por volta do ano 585 a.C.

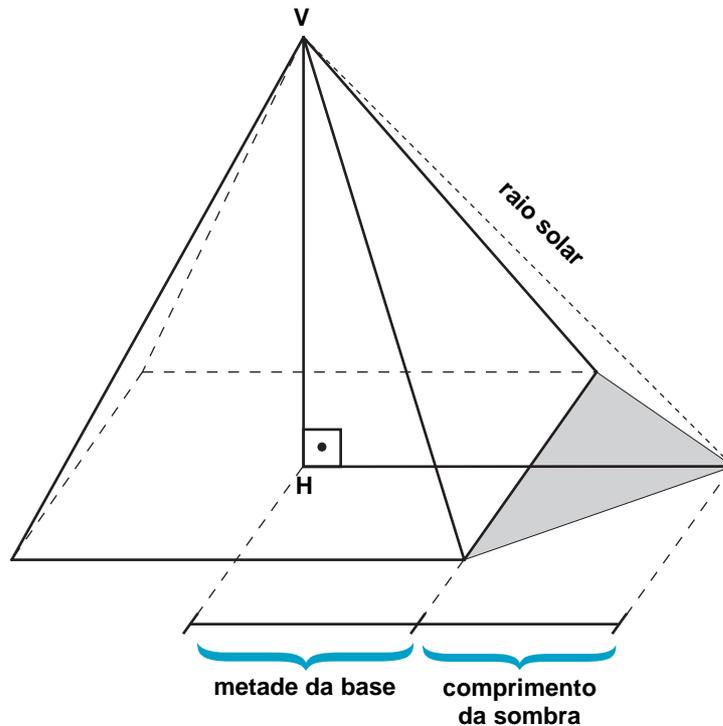
Há muitas lendas e histórias sobre ele. Diz-se que, ao ser interrogado sobre o que era difícil, Tales respondeu: “Conhecer a si mesmo”. O que era fácil: “Ser dirigido por outro”. Agradável: “Seguir a própria vontade”. Divino: “Aquilo que não tem começo nem fim”.

Tales passava grande parte do tempo viajando, como era comum aos sábios daquela época. Em uma de suas viagens ao Egito, passou a ser prestigiado pelo faraó Amásis por ter medido a altura de uma pirâmide sem precisar escalá-la.



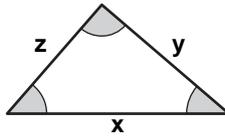
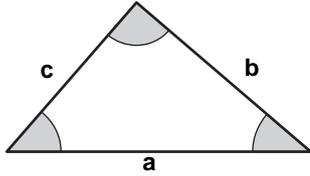
Para isso, Tales fincou uma estaca verticalmente no chão. Concluiu que, no momento em que o comprimento da sombra da estaca fosse igual ao comprimento da estaca, a altura da pirâmide seria igual ao comprimento da sombra da pirâmide mais metade da medida da base.

A altura da pirâmide é a distância do vértice  $V$  à base. Observe a figura abaixo: a altura é a medida do segmento  $\overline{VH}$ .



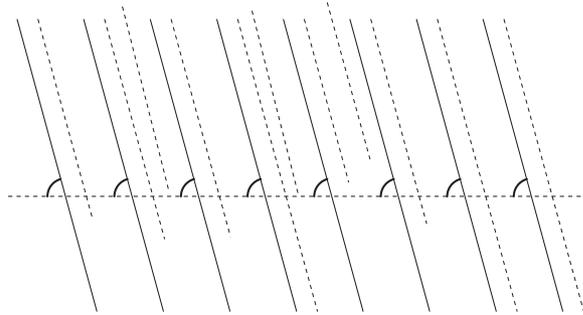
Para medir a altura da pirâmide, Tales baseou-se em alguns fatos:

1. Quando dois triângulos têm os ângulos iguais, então seus lados correspondentes formam uma proporção.

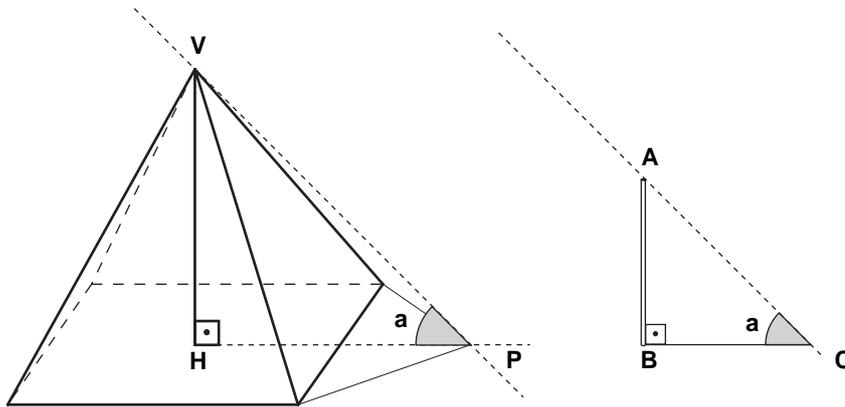


$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{z}$$

2. Os raios solares são paralelos.



E, nesse caso, Tales também sabia que os ângulos de incidência dos raios solares num mesmo instante tinham todos a mesma medida.



Tales imaginou um triângulo formado pela altura da pirâmide, a metade da base mais o comprimento da sombra da pirâmide e um raio solar ligando o vértice da pirâmide ao final da sombra, como mostra a figura acima. Imaginou também um outro triângulo formado pela estaca, sua sombra e um raio solar.

Esses dois triângulos imaginários tinham, cada um deles, um ângulo reto e um ângulo de mesma medida (**a**). Nesse caso, Tales sabia que as medidas dos lados desses triângulos eram proporcionais. Então:

$$\frac{VH}{HP} = \frac{AB}{BC}$$

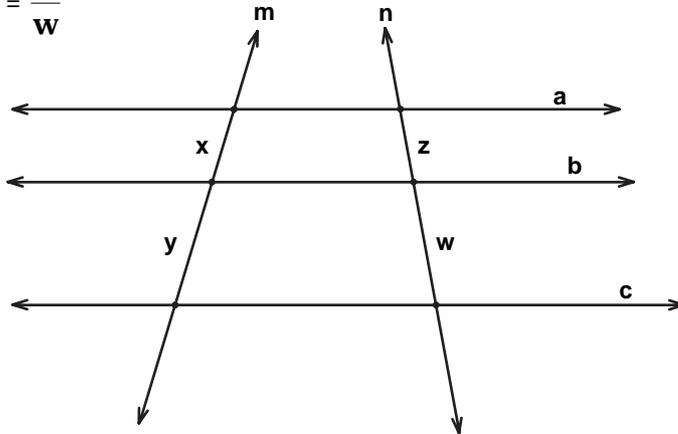
Com esse método, Tales inaugurou o processo de medida indireta, muito utilizado ainda hoje na astronomia e na medição de distâncias que aparentemente não podemos alcançar, como a altura de montanhas, árvores e monumentos ou a largura de grandes rios e lagos.

## O Teorema de Tales

São atribuídas a Tales muitas descobertas geométricas, entre as quais um teorema com seu nome. Veja o que diz esse teorema:

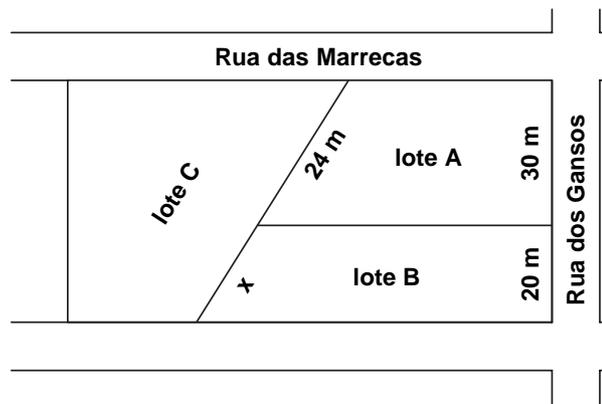
**Duas retas,  $m$  e  $n$ , cortam três retas paralelas  $a$ ,  $b$  e  $c$ . Nessas condições, os segmentos de medidas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$  são proporcionais.**

$$\text{Assim: } \frac{x}{y} = \frac{z}{w}$$



### Uma aplicação do Teorema de Tales

Na planta de um loteamento, está faltando a medida do lado dos fundos do lote B, conforme a figura:



Representando por  $x$  a medida que desejamos calcular e usando o Teorema de Tales, podemos descobrir essa medida sem efetuar medições. Como as laterais são paralelas, temos:

$$\frac{20}{30} = \frac{x}{24}$$

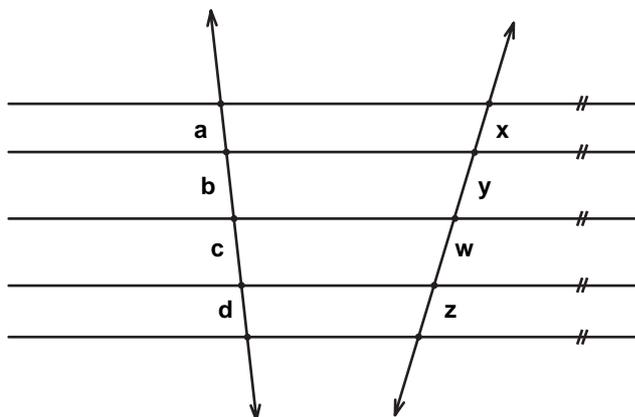
E, fazendo uma simples regra de três:

$$\begin{aligned} 30x &= 20 \cdot 24 \\ x &= 16 \end{aligned}$$

Assim, sem efetuar medições, concluímos que o lado dos fundos do lote B mede 16 metros.

## Uma forma mais geral do Teorema de Tales

Considere um feixe de retas paralelas com duas transversais, como mostra a figura:



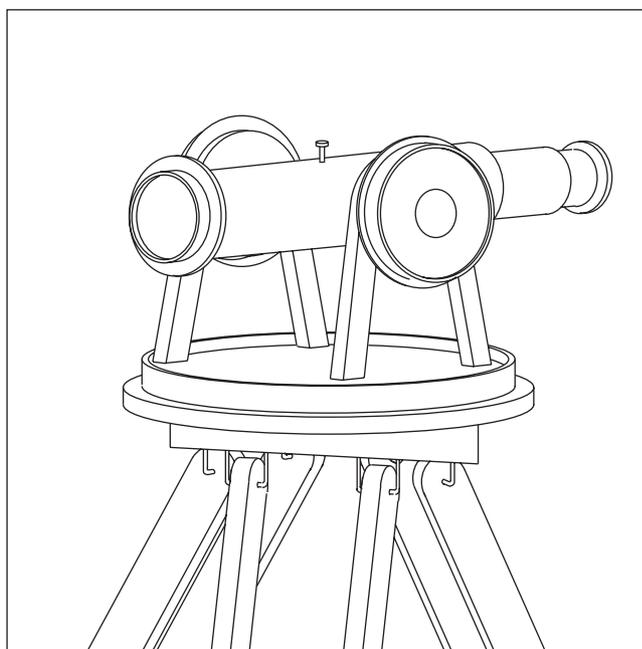
Os segmentos de medidas **a**, **b**, **c**, **d** e **x**, **y**, **w**, **z**, determinados nas retas transversais, formam segmentos proporcionais:

$$\frac{a}{x} = \frac{b}{y} = \frac{c}{w} = \frac{d}{z}$$

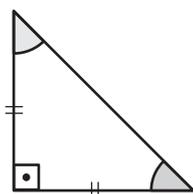
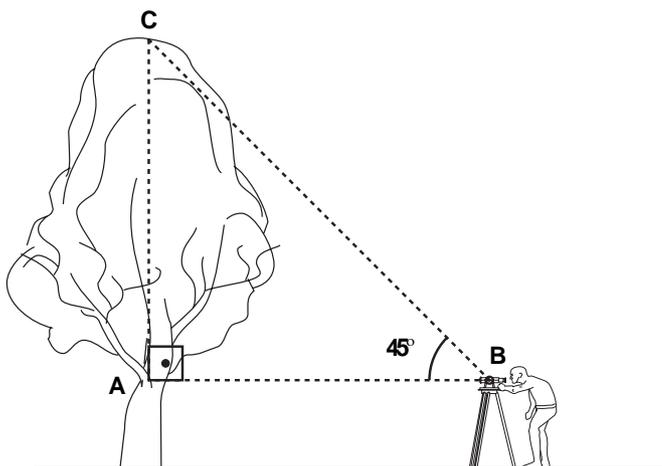
## Uma outra aplicação do Teorema de Tales

Para encontrar a solução de problemas de cálculo de distâncias aparentemente impossíveis, os antigos usavam instrumentos de medida de ângulos na vertical e na horizontal.

Hoje em dia, os topógrafos usam o **teodolito**, um instrumento que mede ângulos, distâncias e diferenças de nível.



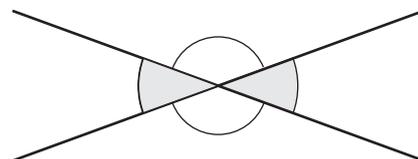
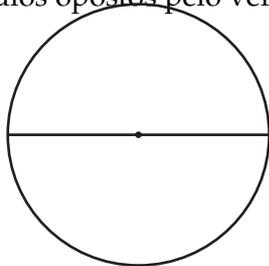
Veja na figura abaixo como funciona o teodolito na medição da altura de uma árvore. O teodolito deve ser afastado até que o ângulo de visão da horizontal com o topo da árvore seja de  $45^\circ$ . Quando isso ocorrer, basta medir a distância da árvore até o teodolito. Essa medida será igual à medida da altura da árvore.



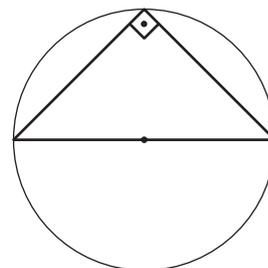
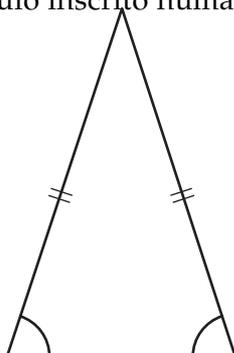
Isso ocorre porque se comparou o triângulo imaginário com um triângulo retângulo e isósceles que tem os catetos com a mesma medida.

### Outras descobertas geométricas atribuídas a Tales

- O diâmetro divide o círculo em duas partes iguais.
- Ângulos opostos pelo vértice têm medidas iguais.



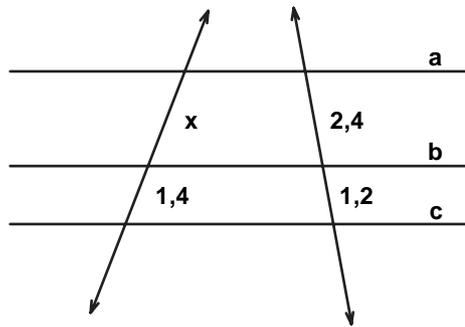
- Os ângulos da base de um triângulo isósceles têm medidas iguais.
- O ângulo inscrito numa semicircunferência é reto.



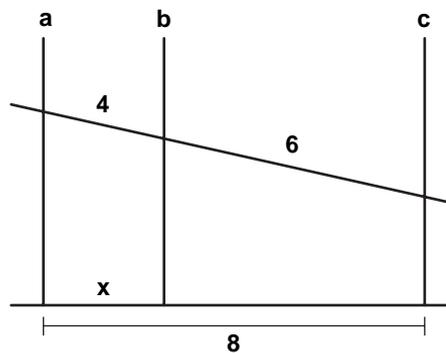
**Exercício 1**

Nas figuras abaixo, calcule o valor de  $x$  (as retas a, b e c são paralelas).

a)

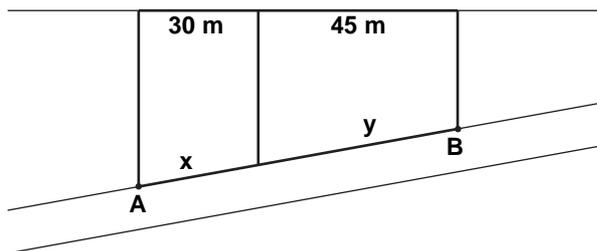


b)



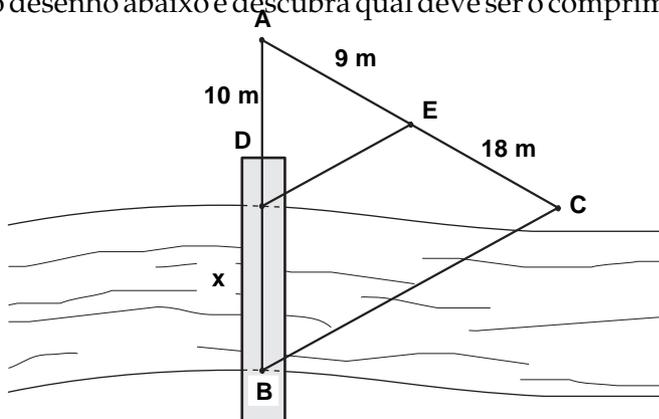
**Exercício 2**

A planta abaixo mostra as medidas de dois terrenos. Calcule as medidas de suas frentes, sabendo que as laterais são paralelas e que a medida de AB é 90 metros.



**Exercício 3**

Observe o desenho abaixo e descubra qual deve ser o comprimento da ponte.



#### Exercício 4

A imagem de uma foto é, em geral, semelhante ao que se vê na realidade. Imagine que o desenho abaixo seja uma foto. Que proporção você pode estabelecer entre a altura do coqueiro, a altura da pessoa e suas respectivas sombras?

