

Proporção inversa

- Um automóvel com velocidade média de 60 km/h gasta 5 horas para percorrer a distância entre duas cidades. Quanto tempo levará para percorrer a mesma distância com a velocidade média de 100 km/h?
- Pegue uma folha de papel quadriculado e desenhe alguns retângulos de área 36 (considere cada quadradinho como uma unidade de área). Anote numa tabela os valores encontrados para as dimensões (comprimento e largura) de cada um dos retângulos que você desenhou. Observando a tabela, o que você pode afirmar sobre a variação dessas dimensões?

Para pensar

Na Aula 47, você aprendeu que duas grandezas que mantêm entre si uma relação de dependência podem variar proporcionalmente. Vamos ver um exemplo para “refrescar” a memória.

Uma receita muito simples, e às vezes bastante necessária, é a do soro caseiro. Para fazer 1 litro de soro, basta:

1 litro de água filtrada (ou fervida)
1 colher (café) de sal
 $\frac{1}{2}$ colher (café) de açúcar

Nossa aula

E está pronto um soro muito útil nos casos de desidratação. Mas, o que essa receita tem a ver com proporcionalidade? Observe a tabela:

QUANTIDADE DE SORO	ÁGUA (LITRO)	SAL (COLHER DE CAFÉ)	AÇÚCAR (COLHER DE CAFÉ)
1 litro	1	1	12
2 litros	2	2	24
3 litros	3	3	36
4 litros	4	4	48

A quantidade de água, sal e açúcar são dependentes da quantidade de soro caseiro que se deseja fazer.

É fácil perceber que, se desejamos dobrar a quantidade de soro, devemos dobrar as quantidades de água, sal e açúcar. Dizemos, então, que as quantidades de água, sal e açúcar são proporcionais, ou **diretamente proporcionais**.

Existem situações, porém, em que as grandezas mantêm entre si uma relação inversamente proporcional. Mas, o que são grandezas **inversamente proporcionais**?

Vejam um exemplo. Viajando constantemente do Rio de Janeiro a São Paulo, Mônica fez alguns cálculos e anotou o resultado numa tabela. Ela sabia que a velocidade pode ser calculada dividindo-se a distância percorrida pelo tempo gasto na viagem ($v = e/t$). Considerando a distância entre essas duas cidades como sendo 400 km, ela fez a seguinte tabela:

DISTÂNCIA PERCORRIDA	VELOCIDADE MÉDIA	TEMPO GASTO
400 km	50 km/h	8h
	60 km/h	6h40min
	80 km/h	5h
	100 km/h	4h

Observe que à medida que a **velocidade aumenta** o **tempo diminui**. Dizemos, então, que as grandezas **velocidade** e **tempo** mantêm entre si uma relação **inversamente proporcional**.

Observando um pouco mais a tabela podemos verificar que:

50 km/h . 8h	= 400 km
60 km/h . 6h 40min	
80 km/h . 5h	
100 km/h . 4h	

Dizemos, então, que:

Duas grandezas são inversamente proporcionais quando os valores x e y correspondentes a elas são tais que:

$$x \cdot y = k,$$

onde k é um valor constante e positivo chamado constante de proporcionalidade inversa.

Observação

No exemplo acima, a constante de proporcionalidade inversa (**k**) é 400 e a velocidade e o tempo são as variáveis **x** e **y** .

Vamos resolver juntos dois problemas com variáveis inversamente proporcionais.

PROBLEMA 1

Numa pequena fábrica de uniformes escolares, 12 costureiras fazem um determinado serviço em 5 dias. Mantendo o mesmo ritmo de trabalho, em quantos dias 15 costureiras farão o mesmo serviço?

COSTUREIRAS	DIAS
12	5
15	x

Observe que, nessas condições, as variáveis (costureiras e dias) mantêm entre si uma relação **inversamente proporcional**. Isto se dá porque, se aumentamos o número de costureiras, o tempo gasto será menor, pois o serviço é o mesmo. Então:

$$\begin{aligned} 12 \cdot 5 &= 15 \cdot x \\ 60 &= 15x \\ x &= 4 \end{aligned}$$

O que significa que o serviço poderá ser feito em **4 dias**.

PROBLEMA 2

Para encher uma caixa d'água cuja capacidade é de 500 litros, uma torneira leva 6 horas. Em quanto tempo duas torneiras iguais a essa encherão a mesma caixa d'água?

CAPACIDADE DA CAIXA D' ÁGUA	QUANTIDADE DE TORNEIRAS	TEMPO
500 ℓ	1	6h
500 ℓ	2	x

Como as variáveis (quantidade de torneiras e tempo) são grandezas **inversamente proporcionais**, temos:

$$\begin{aligned} 1 \cdot 6 &= 2 \cdot x \\ 6 &= 2x \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Ou seja, as duas torneiras juntas levarão **3 horas** para encher a caixa d'água.

Exercícios

Exercício 1

Verifique se as variáveis das tabelas abaixo são inversamente proporcionais. Em caso afirmativo, dê o coeficiente de proporcionalidade:

a)

x	5	20	40
y	8	2	1

b)

a	90	80	60
b	10	20	40

c)

y	8	5	4
x	10	16	20

Exercício 2

Para pintar um prédio, 5 pintores levam 40 dias. Em quanto tempo 10 pintores fazem o mesmo serviço?

Exercício 3

Uma torneira, despejando 10 litros de água por minuto, demora 3 horas para encher um reservatório. Se ela despejar 20 litros por minuto, quanto tempo levará para encher esse mesmo reservatório?

Exercício 4

Um ônibus, a uma velocidade constante de 80 km/h, faz uma viagem entre duas cidades em 5 horas. Quanto tempo levará para fazer essa mesma viagem à velocidade de 60 km/h?