

Regra de três

Num acampamento, há 48 pessoas e alimento suficiente para um mês. Se 16 pessoas forem embora, para quantos dias ainda haverá alimento?

Para pensar

Observe a seguinte situação:

Nossa aula

- Uma pessoa paga pelo quilo de feijão R\$ 1,20.
- Se comprar 2 quilos de feijão, pagará R\$ 2,40.
- Se comprar 3 quilos, pagará R\$ 3,60.

Quando a quantidade de feijão comprada aumenta de 1 para 2 quilos, o preço aumenta na mesma razão, pois passa de R\$ 1,20 para R\$ 2,40.

Podemos, então, escrever que a razão de 1 para 2 é igual à razão de 1,20 para 2,40. Em linguagem matemática:

$$\frac{1}{2} = \frac{1,20}{2,40}$$

que se lê: *1 está para 2, assim como 1,20 está para 2,40.*

Da mesma forma, quando o aumento é de 1 para 3 quilos, o preço aumenta na mesma razão:

$$\frac{1}{3} = \frac{1,20}{3,60}$$

Como já foi visto na Aula 47, a igualdade entre duas razões é uma proporção. O preço do feijão, no caso, é **proporcional** à quantidade de quilos de feijão.

EXEMPLO 1

Se um ônibus percorre uma estrada com velocidade média de 80 km/h, quantos quilômetros percorrerá em 2 horas?

Podemos organizar os dados do problema numa tabela, da seguinte maneira:

TEMPO	ESPAÇO
1h	80 km
2h	x

A letra **x** representa o valor desconhecido do problema.

Tempo e espaço são **proporcionais**, pois, quando o valor do tempo aumenta, o valor do espaço percorrido aumenta na mesma razão, ou seja, de 1 para 2.

Dizemos que **tempo e espaço** são **grandezas** que variam da mesma forma e na mesma razão. Se uma aumenta, a outra também aumenta; se uma diminui, a outra também diminui.

Da tabela acima, podemos escrever a seguinte proporção:

$$\frac{1}{2} = \frac{80}{x} \rightarrow 1 \text{ está para } 2, \text{ assim como } 80 \text{ está para } x.$$

Recordando a propriedade fundamental das proporções:

O produto do numerador da primeira fração com o denominador da segunda fração é igual ao produto do denominador da primeira fração com o numerador da segunda.

Então: $1 \cdot x = 2 \cdot 80$ (lembre-se que $1 \cdot x = x$)
 $x = 160$

Portanto, o espaço percorrido pelo ônibus em 2 horas será de **160 km**.

Nesse exemplo, três elementos eram conhecidos e faltava determinar o quarto elemento.

Dois dos elementos conhecidos são medidas de uma mesma grandeza (tempo) e o terceiro é medida de outra grandeza (espaço). O quarto elemento, aquele que será calculado, é medida da segunda grandeza (espaço).

O método usado para resolver problemas desse tipo é chamado **regra de três**. No exemplo anterior, as grandezas *tempo* e *espaço* são **diretamente proporcionais** e a regra de três é **direta**.

EXEMPLO 2

Dois pintores gastam 18 horas para pintar uma parede. Quanto tempo levariam 4 pintores para fazer o mesmo serviço?

Veja a tabela e verifique se as grandezas são diretamente proporcionais:

PINTORES	TEMPO
2	18h
4	x

Se o número de pintores dobrar, passando de 2 para 4, será que o tempo gasto no serviço também dobrará?

Pense um pouco e observe que o tempo gasto no serviço não pode aumentar, pois são mais homens trabalhando. Aumentando o número de pintores, o tempo de serviço deve diminuir. Como o número de pintores dobrou, o tempo será reduzido à metade (**razões inversas**). Logo, os pintores gastarão 9 horas para pintar a parede.

Nesse caso, dizemos que as duas grandezas do problema (número de pintores e tempo de serviço) são grandezas **inversamente proporcionais**, e a regra de três é **inversa**.

EXEMPLO 3

Cinco operários constroem uma casa em 360 dias. Quantos dias serão necessários para que 15 operários construam a mesma casa?

OPERÁRIOS	DIAS
5	360
15	x

Aumentando-se o número de operários de 5 para 15, ou seja, triplicando-se o número de operários, o que acontecerá com o número de dias necessários para a construção da casa?

Da mesma forma que no exemplo anterior, essas grandezas são **inversamente proporcionais**. Isso quer dizer que variam na **razão inversa**, e a razão inversa de 3 é $\frac{1}{3}$. Então:

$$\frac{1}{3} \text{ de } 360 = 360 \div 3 = 120$$

Portanto, os 15 operários construirão a casa em **120 dias**.

Vimos que, para resolver problemas de regra de três, é importante determinar se as grandezas envolvidas no problema são **direta** ou **inversamente proporcionais**.

Quando as grandezas são inversamente proporcionais, a proporção entre os valores não é representada por uma mesma razão mas sim por razões inversas.

Portanto, no caso de grandezas inversamente proporcionais, deve-se inverter uma das razões para escrever a proporção relativa ao problema.

EXEMPLO 4

Um ônibus, em velocidade média de 80 km/h, leva 5 horas para percorrer uma estrada. Quanto tempo gastará para percorrer a mesma estrada se desenvolver velocidade média de 100 km/h?

TEMPO (h)	VELOCIDADE MÉDIA (km/h)
5	360
15	x

As grandezas *tempo* e *velocidade* são direta ou inversamente proporcionais? Desenvolvendo maior velocidade média, o ônibus gastará menos tempo para percorrer a estrada.

As grandezas envolvidas são, portanto, **inversamente proporcionais**. Assim, escreveremos a proporção invertendo umas das razões:

$$\frac{5}{x} = \frac{100}{80}$$

Aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$$100 \cdot x = 5 \cdot 80$$

$$100x = 400$$

$$x = \frac{400}{100}$$

$$x = 4$$

Desenvolvendo velocidade média de 100 km/h, o ônibus levará **4 horas** para percorrer a estrada.

Aplicações da regra de três

Cálculo da taxa de porcentagem

EXEMPLO 5

Depositando-se R\$ 600,00 numa caderneta de poupança, ao final do mês obtêm-se R\$ 621,00. Calcule a taxa de porcentagem do rendimento.

- R\$ 600,00 é a **quantia principal**, também chamada apenas de **principal**.
- R\$ 21,00 é o **rendimento**, que foi obtido subtraindo-se 600 de 621.
- Devemos calcular a **taxa**, ou seja, “quantos por cento” correspondem ao rendimento obtido, R\$ 21,00.

Vamos escrever a regra de três observando que, se a taxa de porcentagem do rendimento fosse de 100%, então o rendimento seria igual ao principal (R\$ 600,00). A taxa **x%**, procurada, corresponde ao rendimento obtido (R\$ 21,00).

R\$	%
600,00	100
21,00	x

Neste caso, a regra de três é **direta**, pois, aumentando-se o rendimento, a taxa correspondente também aumentará. Logo:

$$\frac{600}{21} = \frac{100}{x}$$

$$600 \cdot x = 21 \cdot 100$$

$$600x = 2.100$$

$$\frac{2.100}{600} = 3,5$$

A taxa de rendimento é de **3,5%**.

EXEMPLO 6

Ao vender um imóvel, um corretor ganhou de comissão 5% do valor da venda, recebendo R\$ 2.500,00. Qual foi o valor da venda?

Vamos organizar os dados:

- R\$ 2.500,00 é o **valor da porcentagem**;
- 5% é a **taxa de porcentagem**;
- **x** é o **valor da venda** do imóvel.

R\$	%
x	100
2.500,00	5

$$5 \cdot x = 2.500 \cdot 100$$

$$5x = 250.000$$

$$x = \frac{250.000}{5} = 50.000$$

O preço de venda do imóvel foi de **R\$ 50.000,00**.

Cálculo de juro

EXEMPLO 7

Pedi um empréstimo de R\$ 10.000,00 a um banco, que me cobrará 8% de juro mensal. Quanto pagarei de juro?

- R\$ 10.000,00 é o **capital**;
- 8% é a **taxa de juro**;

Juro é a quantia que pagarei mensalmente em troca do empréstimo.

R\$	%
10.000,00	100
x	8

Novamente vamos resolver o problema por uma **regra de três direta**, pois a taxa e o juro variam da mesma forma.

$$\frac{10.000}{x} = \frac{100}{8}$$

$$100 \cdot x = 8 \cdot 10.000$$

$$100x = 80.000$$

$$x = \frac{80.000}{100} = 800$$

Pagarei de juro pelo empréstimo **R\$ 800,00** por mês.

Exercícios

Exercício 1

Uma torneira enche um tanque em 2 horas. Em quanto tempo (em minutos) 3 torneiras iguais à primeira encherão o mesmo tanque?

Exercício 2

Se 16 operários levam 3 dias para completar uma obra, quantos operários seriam necessários para completar essa obra em 2 dias?

Exercício 3

Qual é a altura de um edifício cuja sombra tem 6 m no mesmo instante em que um poste de 2 m de altura projeta uma sombra de 0,6 m?

Exercício 4

Trabalhando durante 40 minutos, uma máquina produz 100 peças. Quantas peças essa máquina produzirá em 2 horas?

Exercício 5

Para percorrer 360 km de uma estrada, um automóvel consome 30 ℓ de gasolina. Para percorrer 450 km, quanto consumirá?

Exercício 6

Numa classe de 40 alunos, 18 são meninas. Qual é a taxa de porcentagem das meninas dessa classe?

Exercício 7

Gastei 30% do meu salário comprando um vestido. Calcule meu salário sabendo que paguei R\$ 60,00 pelo vestido.

Exercício 8

Quando se aplicam R\$ 2.000,00 à taxa de 12% ao ano, qual será a quantia recebida após 5 anos?