

Expressões algébricas

Na aula anterior, vimos que expressão numérica é aquela que apresenta uma seqüência de operações e de números.

Também já sabemos que as letras são usadas em Matemática para representar números desconhecidos ou para generalizar propriedades e fórmulas da Geometria, por exemplo.

As expressões que apresentam letras, além de operações e números são chamadas expressões algébricas e as letras são as variáveis.

Introdução

Todo número natural multiplicado por 1 é igual a ele mesmo.

Nossa aula

Em linguagem matemática, essa propriedade pode ser escrita da seguinte maneira: $x \cdot 1 = x$

Onde x representa um número natural qualquer.

Veja o exemplo:

Uma pessoa ganha R\$ 20,00 por dia de trabalho. Para calcular quanto essa pessoa ganhará, após alguns dias de trabalho, podemos escrever a expressão algébrica: $20 \cdot x$

Onde x representa o número de dias trabalhados.

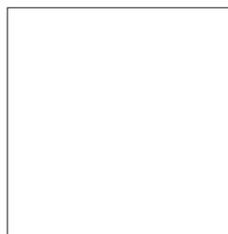
Se a pessoa trabalhar dois dias, receberá $R\$ 20,00 \times 2 = R\$ 40,00$

Se a pessoa trabalhar dez dias, receberá $R\$ 20,00 \times 10 = R\$ 200,00$

Portanto, a expressão algébrica nos permite calcular o ganho dessa pessoa, por meio da multiplicação da variável x pelo número de dias trabalhados.

A expressão algébrica da área de um quadrado de x cm de lado é determinada elevando-se a medida do seu lado ao quadrado. Veja:

Área: x^2



x

Assim, podemos determinar a área de qualquer quadrado por meio da substituição da variável x pela medida do lado do quadrado.

Observações:

1º) Nas expressões algébricas não é usual se escrever o sinal de multiplicação, veja:

$2 \cdot x$ se escreve $2x$

$a \cdot b$ se escreve ab

2º) Podemos ter expressões algébricas com mais de uma variável ou ainda sem variável:

$2xy$ → expressão com duas variáveis: x e y

$5a^{22}bc^{33}$ → expressão com três variáveis: a , b e c

25 → expressão sem variável.

Valor numérico

Quando substituímos as variáveis de uma expressão por números e efetuamos as operações indicadas, o resultado encontrado é o *valor numérico da expressão*.

O valor numérico da expressão $5x + 4$ para $x = 2$, por exemplo, é:

$$5 \times 2 + 4 = 10 + 4 = 14$$

Sabendo que a expressão ab representa a área de um retângulo, responda: qual a área da figura para as dimensões $a = 2,5$ cm e $b = 4$ cm.



O valor numérico de ab é:

$$2,5 \times 4 = 10$$

Logo, a área do retângulo é **10 cm²**

As expressões algébricas que não apresentam adições e subtrações entre os números e as variáveis, são chamadas de *monômios*. Por exemplo: $6x$, $3x^2y^2$, ab , 10 etc.

A parte numérica de um monômio é o *coeficiente* e a outra parte formada por letras é a *parte literal*.

De acordo com os exemplos anteriores, vamos destacar o coeficiente e a parte literal de cada monômio:

$6x$ ® coeficiente: 6
parte literal: x

$3x^2y^3$ ® coeficiente: 3
parte literal: x^2y^3

ab ® coeficiente: 1 (ab é o mesmo que $1ab$)
parte literal: ab

10 ® coeficiente 10
parte literal: não tem

Dois ou mais monômios que possuem a mesma parte literal e coeficientes diferentes são chamados de *monômios semelhantes*.

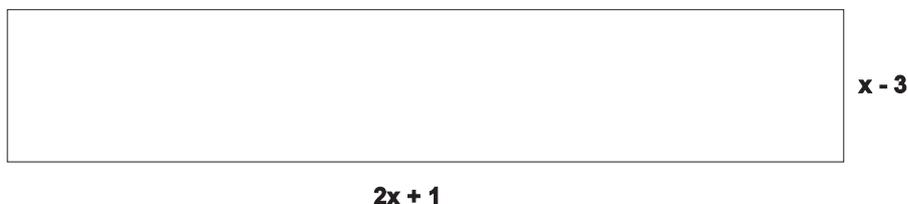
Para somar ou subtrair monômios eles devem ser semelhantes. Caso contrário, a adição e a subtração serão apenas indicadas e não efetuadas.

A expressão seguinte é um exemplo de operações com monômios:

$$4xy + 7xy - 5xy = (4 + 7 - 5)xy = 6xy$$

Veja outro exemplo:

No retângulo abaixo, assinalamos as medidas dos seus lados em cm. De acordo com a figura, vamos determinar a expressão algébrica mais simples (com menos termos) que representa o perímetro desse retângulo.



O perímetro de um retângulo é calculado somando-se as medidas de seus lados:

$$\begin{aligned} 2(2x + 1) + 2(x - 3) &= && \text{Propriedade distributiva da multiplicação.} \\ = 4x + 2 + 2x - 6 &= && \text{Propriedade comutativa da adição.} \\ = 4x + 2x + 2 - 6 &= && \text{Efetuando-se as operações dos monômios semelhantes.} \end{aligned}$$

Portanto, a expressão mais simples que representa o perímetro do retângulo é $6x - 4$.

Polinômios

Uma expressão formada por adições e subtrações de monômios é chamada de polinômio (**poli = muitos**).

Uma expressão como $4a^{22} - 7ab + b^{22} - 2a^{22} - ab - b^{22}$ é um polinômio formado por seis monômios ou termos. Como existem termos semelhantes nesse polinômio, podemos reduzi-los efetuando as operações indicadas na seqüência:

$$\begin{aligned} &4a^{22} - 7ab + b^{22} - 2a^{22} - ab - b^{22} \\ = &4a^{22} - 2a^{22} - 7ab - ab + b^{22} - b^{22} = \\ = &2a^{22} - 8ab + 0 = 2a^{22} - 8ab \end{aligned}$$

A expressão encontrada é chamada de *forma reduzida* do polinômio, pois os termos restantes não podem mais ser efetuados.

Assim, para somar ou subtrair polinômios, basta reduzir seus termos semelhantes.

Somando o polinômio $3x^2 - 4xy + y^2$ com $-x^2 - 2xy + 4y^2$, temos:

$$\begin{aligned} (3x^2 - 4xy + y^2) + (-x^2 - 2xy + 4y^2) &= \textit{Retirar os parênteses.} \\ = 3x^2 - 4xy + y^2 - x^2 - 2xy + 4y^2 &= \textit{Aplicar a propriedade comutativa.} \\ = 3x^2 - x^2 - 4xy - 2xy + y^2 + 4y^2 &= \textit{Reduzir os termos semelhantes.} \\ = 2x^2 - 6xy + 5y^2 &\rightarrow \textit{Somar dos dois polinômios.} \end{aligned}$$

No caso da subtração de dois polinômios, temos o exemplo:

$$\begin{aligned} (-14ab + 7a) - (-12ab + 6a) &= \textit{Retirando os parênteses e trocando os sinais do 2º polinômio.} \\ = -14ab + 7a + 12ab - 6a &= \\ = -14ab + 12ab + 7a - 6a &= \\ = -2ab + a &\rightarrow \textit{Diferença dos dois polinômios.} \end{aligned}$$

Exercícios

Exercício 1

A expressão $2x$ representa um número múltiplo de 2.
Escreva a expressão que representa os múltiplos de 5.

Exercício 2

Escreva a propriedade comutativa da adição, usando uma expressão algébrica.

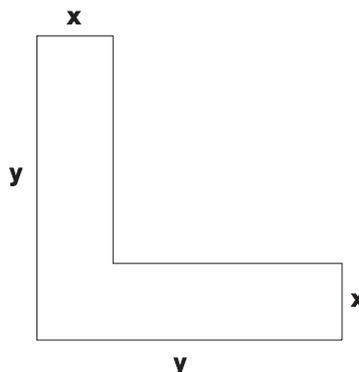
Exercício 3

Responda:

- qual o monômio que ao somar com $-2x$ resulta zero?
- qual o resultado de $-2a^2 - 5a^2$?

Exercício 4

Escreva a expressão mais simples (reduzida) que possa representar a área da figura:



Exercício 5

Determine o valor numérico da expressão $x^3y^2 - x^2 + y^3$, para $x = 2$ e $y = -1$