

Eliminando denominadores

Introdução

Nas equações que estudamos até agora, os coeficientes eram sempre números inteiros.

Em muitas situações, porém, precisaremos resolver equações com coeficientes fracionários.

Por exemplo:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{5} - \frac{1}{4} = 50$$

Antes de resolvermos esse tipo de equação, devemos igualar todos os denominadores e, em seguida, eliminá-los. Desse modo, transformamos a equação inicial em um equivalente a ela, sem denominadores. A equação com coeficientes inteiros já sabemos resolver.

Nossa aula

Veja, a seguir, algumas situações que deverão ser resolvidas a partir de equações com coeficientes fracionários:

EXEMPLO 1

Um terço do salário de uma pessoa é utilizado para o pagamento do aluguel de R\$ 110,00. Qual é o salário dessa pessoa?

Escrevendo a equação do problema enunciado, temos:

$$\frac{1}{3} \cdot x = 110$$

O coeficiente do termo x é $\frac{1}{3}$ e o termo independente (110) é um número inteiro.

Então, devemos escrever o número inteiro em forma de fração, com denominador igual a 1:

$$\frac{x}{3} = \frac{110}{1}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{330}{3}$$

Igualando os denominadores.

Numa equação, podemos multiplicar os dois membros por um mesmo número, diferente de zero.

$$3 \cdot \frac{x}{3} = 3 \cdot \frac{330}{3}$$

$$x = 330$$

Multiplicar os dois membros por 3, para cancelar os denominadores.

Portanto, o salário daquela pessoa é de **R\$ 330,00**.

Na prática, essa equação poderia ser resolvida pela chamada multiplicação em cruz:

$$\frac{x}{3} = \frac{110}{1} \quad \rightarrow \quad x = 3 \cdot 110$$
$$x = 330$$

EXEMPLO 2

Uma pessoa quer construir uma casa que ocupará $\frac{1}{4}$ de seu terreno, sendo que $\frac{1}{3}$ será reservado para o jardim. Sabendo que ainda sobrar uma área de 375 m^2 , responda: qual a área total do terreno?

Área total do terreno: x

Área ocupada pela casa: $\frac{x}{4}$

Área reservada para jardim: $\frac{x}{3}$

Equação do problema: $\frac{x}{4} + \frac{x}{3} + 375 = x$

Igualando os denominadores:

$$\frac{3x}{12} + \frac{4x}{12} + \frac{375 \cdot 12}{12} = \frac{12x}{12}$$

$$\frac{3x + 4x + 4500}{12} = \frac{12x}{12}$$

$$\frac{7x + 4500}{12} = \frac{12x}{12}$$

$$\cancel{12} \cdot \frac{7x + 4500}{\cancel{12}} = \cancel{12} \cdot \frac{12x}{\cancel{12}}$$

$$7x + 4500 = 12x$$

$$4500 = 12x - 7x$$

$$4500 = 5x$$

$$x = \frac{4500}{5}$$

$$x = 900$$

De acordo com a verificação da solução, substituindo x por 900 na equação, temos:

$$\frac{900}{4} + \frac{900}{3} + 375 = 900$$

$$225 + 300 + 375 = 900$$

$$900 = 900 \quad \rightarrow \quad \text{igualdade verdadeira.}$$

Logo, a área total do terreno é de **900 m²**.

EXEMPLO 3

Uma pessoa diz que daqui a 18 anos, a terça parte de sua idade será a metade da sua idade atual. Qual a idade dessa pessoa?

Equacionando o problema:

Idade atual: x

A metade: $\frac{x}{2}$

Idade daqui a 18 anos: $x + 18$

A terça-parte: $\frac{x + 18}{3}$

Equação do problema: $\frac{x + 18}{3} = \frac{x}{2}$

Igualando os denominadores:

$$\frac{2(x + 18)}{6} = \frac{3x}{6} \rightarrow \frac{2(x + 18)}{6} = \frac{3x}{6}$$

$$2(x + 18) = 3x \rightarrow 2x + 36 = 3x$$

$$36 = 3x - 2x$$

$$36 = x$$

Verificando a resolução:

Idade atual: 36 anos

\rightarrow A metade: 18 anos.

Daqui a 18 anos: 54 anos

\rightarrow A terça-parte: 18 anos.

Desse modo, sabemos que a idade atual da pessoa é **36 anos**.

EXEMPLO 4

Determine as medidas de um retângulo cujo perímetro é 24 m, sabendo que o lado menor é igual a $\frac{1}{3}$ do lado maior.



Lado maior: x

Lado menor: $\frac{x}{3}$

Perímetro do retângulo: $2(x + \frac{x}{3})$

Equação do problema:

$$2\left(x + \frac{x}{3}\right) = 24$$

$$2x + \frac{2x}{3} = 24$$

$$\frac{6x}{3} + \frac{2x}{3} = \frac{24 \cdot 3}{3} \rightarrow \frac{6x}{3} + \frac{2x}{3} + \frac{72}{3}$$

$$\frac{6x + 2x}{3} = \frac{72}{3} \rightarrow \frac{8x}{3} = \frac{72}{3}$$

$$\cancel{3} \cdot \frac{8x}{\cancel{3}} = \cancel{3} \cdot \frac{72}{\cancel{3}}$$

$$8x = 72 \rightarrow x = \frac{72}{8}$$

$$x = 9$$

O lado maior do retângulo mede **9m**.

O lado menor mede $\frac{9}{3} = 3\text{m}$

Exercício 1

Resolva as equações:

a) $\frac{x+3}{2} + \frac{x-10}{3} = 4$

b) $\frac{2x+5}{3} - 3x - 10 = 0$

Exercício 2

Uma construtora vai aproveitar um terreno de 1.275 m^2 , reservando $\frac{1}{3}$ dessa área para estacionamento.

Determine:

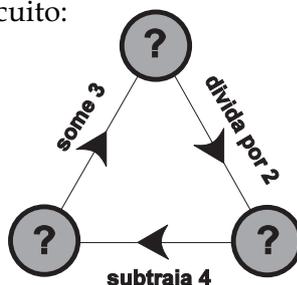
- A área ocupada pela construção.
- A área reservada para o estacionamento.

Exercício 3

Ao receber seu salário, André gastou $\frac{1}{3}$ com despesas médicas, $\frac{1}{2}$ com compras diversas e $\frac{1}{4}$ com o aluguel de sua casa. Qual o salário de André se, após pagar todas essas contas, ele ficou devendo R\$ 40,00?

Exercício 4

Descubra os números do seguinte circuito:



Exercícios