

Aumentos e descontos sucessivos

Introdução

Na Aula 39, estudamos o que é lucro e prejuízo. Na aula de hoje, estudaremos os juros, as taxas, os aumentos e os descontos que fazem parte de nosso cotidiano.

Nossa aula

Veja alguns exemplos:

EXEMPLO 1

Ao comprar uma mercadoria de R\$ 40,00, o dono da loja me concedeu um desconto de R\$ 5,00. Qual foi o percentual relativo a esse desconto?

A proporção entre o desconto e o preço inicial é de $\frac{5}{40}$ ou $\frac{1}{8}$.

Para sabermos o percentual, calculamos uma fração equivalente a essa proporção, cujo denominador seja 100.

Seja x o percentual, temos:

$$\frac{x}{100} = \frac{1}{8} \rightarrow x = \frac{100}{8} = 12,5$$

Assim, concluímos que o desconto foi de **12,5%**.

EXEMPLO 2

O salário de uma pessoa passou de R\$ 70,00 para R\$ 100,00. Qual o foi o percentual do aumento?

Como o aumento foi de R\$ 30,00, a proporção entre o aumento e o salário era de $\frac{30}{70} = \frac{3}{7}$.

Seja x o percentual, temos:

$$\frac{x}{100} = \frac{3}{7} \rightarrow 7x = 300 \leftrightarrow x = 42,85$$

Portanto, o aumento foi de aproximadamente **42,85%**.

Observação: A proporção ou o percentual que representa o aumento são chamados de taxa de aumento. Assim, no exemplo acima, a taxa de aumento foi de $\frac{3}{7}$ ou 42,85%.

EXEMPLO 3

Oferecendo um desconto de 20% para pagamento à vista, a quanto sairia um artigo cujo preço é R\$ 48,00?

Desconto de 20% sobre o preço = 20% de 48,00 = $0,20 \times 48 = 9,6$

Logo, o preço à vista seria de:

$$\text{R\$ } 48,00 - \text{R\$ } 9,60 = \text{R\$ } 38,40$$

Juros

De modo geral, os juros são expressos como uma porcentagem, que é chamada **taxa de juros**. Assim, há os juros que correspondem à compra de uma mercadoria a prazo, ao atraso de uma conta, ao empréstimo de dinheiro etc.

Observe:

EXEMPLO 4

Pedro comprou um eletrodoméstico por R\$ 100,00 e pretende pagá-lo em quatro prestações iguais. Consultando uma tabela, o vendedor diz que cada uma das prestações sairá por R\$ 37,00.

Qual o valor da taxa de juros embutida na compra?

Sabendo que $\text{R\$ } 37,00 \times 4 = \text{R\$ } 148,00$, temos um aumento de R\$ 48,00 sobre o preço à vista, ou seja, um aumento de 48%.

Dividindo esse percentual por meses, temos $48 \div 4 = 12$

Portanto, a taxa de juros foi de **12%** ao mês.

Nesse exemplo os juros são todos iguais porque foram calculados sobre o mesmo valor (R\$ 100,00).

EXEMPLO 5

Uma pessoa consegue um empréstimo de R\$ 500,00 reais para pagar ao fim de quatro meses. O banco cobra uma taxa de juros de 18% ao mês. Qual será o total da quantia a ser paga por essa pessoa ao final desse período?

Juros por mês: $\text{R\$ } 500,00 \times 0,18 = \text{R\$ } 90,00$

Total de juros: $\text{R\$ } 500,00 \times 0,18 \times 4 = \text{R\$ } 360,00$

Total devolvido ao banco: $\text{R\$ } 500,00 + \text{R\$ } 360,00 = \text{R\$ } 860,00$

Assim, o total da quantia a ser paga por essa pessoa será de **R\$ 860,00**.

Dando nome aos bois

Capital é uma determinada quantia de dinheiro, tomada por empréstimo. **Montante** é o total a ser pago por essa quantia.

No exemplo anterior, o capital foi de R\$ 500,00 e o montante foi de R\$ 860,00.

Há uma fórmula matemática para o cálculo dos juros, que pode ser expressa por:

$$J = C \cdot i \cdot t$$

onde:

J = juros
C = capital
i = taxa de juros
t = tempo

O montante é a soma do capital com os juros calculado:

$$M = C + J$$

Os juros compostos

Os juros usados no Mercado Financeiro são os chamados juros compostos. Observe o exemplo:

EXEMPLO 6

Uma pessoa tomou um empréstimo de R\$ 200,00 reais, a juros de 10% ao mês. Ao final de um mês, essa pessoa deverá o montante de:

$$J = R\$ 200,00 \times 0,10 \times 1 = R\$ 20,00$$

$$M = R\$ 200,00 + 20 = \mathbf{R\$ 220,00}$$

Se essa dívida for adiada por mais um mês, haverá um novo acréscimo. Veja:

$$J = R\$ 220,00 \times 0,10 \times 1 = R\$ 22,00$$

$$M = R\$ 220,00 + 22 = \mathbf{R\$ 244,00}$$

Esse tipo de juro, calculado ao fim de cada período sobre o montante

anterior, é chamado de juro composto.

Aumentos e descontos sucessivos

Imagine que um produto sofra dois aumentos sucessivos de 20% e 30%. Qual será a taxa de aumento?

Muita gente pensa que esse aumento pode ser calculado pela soma dos percentuais ($30\% + 20\% = 50\%$); no entanto, esse raciocínio é incorreto.

Veja o cálculo correto para essa questão:

Vamos imaginar um produto que custa R\$ 100,00 (podemos comparar com o preço igual a 100, pois é o mesmo que comparar com a unidade); como o primeiro aumento é de 20% sobre R\$ 100,00 ($0,20 \times \text{R\$ } 100,00 = \text{R\$ } 20,00$), temos um montante de R\$ 120,00. Sabendo que o segundo aumento é de 30% sobre R\$ 120,00 ($0,30 \times \text{R\$ } 120,00 = \text{R\$ } 36,00$), o preço do produto é elevado a $\text{R\$ } 120,00 + \text{R\$ } 36,00 = \text{R\$ } 156,00$.

Portanto, o aumento é de R\$ 56,00 sobre um preço de R\$ 100,00. E a taxa total é de $\frac{56}{100} = 0,56 = 56\%$.

Vejam outros exemplos:

EXEMPLO 7

O preço de um artigo sofreu dois descontos sucessivos de 15% e 12%. Qual foi a taxa total de descontos?

Já vimos que podemos comparar o preço do artigo com o valor de R\$ 100,00. Com o desconto de 15% sobre R\$ 100,00 ($0,15 \times \text{R\$ } 100,00 = \text{R\$ } 15,00$), o artigo passa a custar R\$ 85,00. Com o segundo desconto é de 12% sobre R\$ 85,00 ($0,12 \times \text{R\$ } 85,00 = 10,20$), o preço do artigo vai para R\$ 74,80. Sabendo que o desconto foi de $\frac{25 \cdot 20}{100} = 0,252\%$.

Veja que o preço do artigo passou de 100 reais a 74,80, sofrendo um desconto total de $100 - 74,80 = 25,20$.

EXEMPLO 2

Sabendo que um produto em promoção é vendido com 20% de desconto, qual será a porcentagem de aumento com relação ao preço normal?

Desconto: 20% sobre 100 = $0,20 \times \text{R\$ } 100,00 = \text{R\$ } 20,00$

Portanto, o produto é vendido a um preço promocional de:
 $\text{R\$ } 100,00 - \text{R\$ } 20,00 = \text{R\$ } 80,00$

Para retornar ao preço inicial ele deve ter um aumento de R\$ 20,00 sobre o valor de R\$ 80,00. Ou seja: $\frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0,25$.

Assim, a taxa de aumento deverá ser de **25%**.

À vista ou a prazo

Muitas lojas costumam atrair os consumidores com promoções do tipo:

20% DE DESCONTO À VISTA
OU
EM DUAS VEZES SEM ACRÉSCIMO

No caso de um artigo que custa R\$ 100,00, vejamos as opções oferecidas:

À vista com 20% de desconto:

$$\text{R\$ } 100,00 \times 0,20 = \text{R\$ } 20,00$$

$$\text{R\$ } 100,00 - \text{R\$ } 20,00 = \text{R\$ } 80,00$$

O artigo sairá por **R\$ 80,00**.

Em duas vezes sem acréscimo:

$$100 \div 2 = \text{R\$ } 50,00$$

O artigo sairá por duas prestações de R\$ 50,00, cada.

Qual a porcentagem da taxa de juros embutida no preço do artigo?

Como a diferença entre o pagamento à vista e a prazo é de R\$ 20,00, temos:

$$\frac{\text{R\$ } 20,00}{\text{R\$ } 80,00} = \frac{1}{4} = 0,25$$

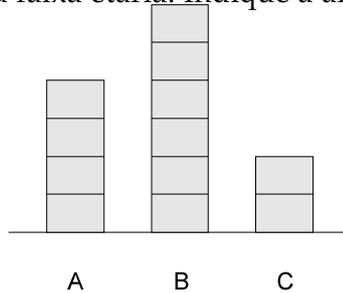
Portanto, a taxa de juros embutida no preço é de **25%**.

Exercício 1

Ao vender um objeto por R\$ 90,00, uma pessoa obteve um lucro de 20%. Quanto deve ter lhe custado esse objeto?

Exercício 2

Os funcionários de uma empresa foram agrupados em três faixas etárias (A, B e C), que correspondem, respectivamente, às idades de 18 a 25 anos, de 25 a 35 anos e acima de 35 anos. O gráfico abaixo indica o total de funcionários em cada faixa etária. Indique a afirmação **errada**:



- a) B tem 50% a mais que A.
- b) A tem 50% a mais que C.
- c) B tem 200% a mais que C.
- d) C tem 50% a menos que A.
- e) A tem 50% a menos que B e C juntos.

Exercício 3

Qual o aumento total correspondente a dois aumentos sucessivos de 20% e 30%?

Exercício 4

Sabendo que o salário de Pedro passou para R\$ 450,00, após um reajuste de 70%, responda: qual era o salário de Pedro antes do aumento?