

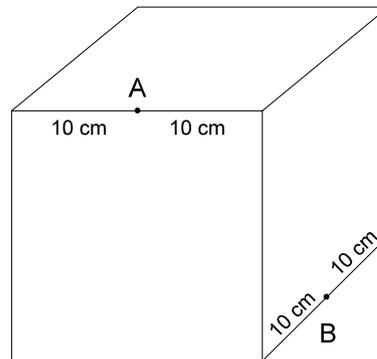
Revisão II

Geometria

Introdução

Agora vamos rever alguns conceitos básicos da Geometria, estudados ao longo do Telecurso 2000.

Observe a figura abaixo e resolva a seguinte questão:



Uma formiga sai do ponto A dirigindo-se ao ponto B. Sabendo que cada uma das faces do cubo mede $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$, responda: qual será o caminho traçado pela formiga, de modo que ela percorra a menor distância?

Sugestão: como a formiga tanto pode começar a andar pela face superior do cubo quanto pela frontal - aquela que está de frente para você -, pense no cubo planificado e na menor distância entre esses pontos. Utilize o Teorema de Pitágoras.

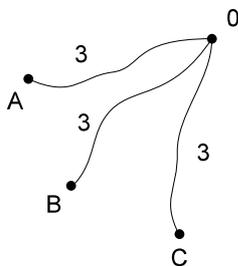
Nossa aula

O triângulo retângulo

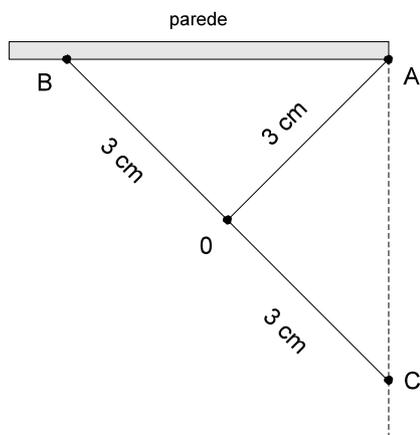
seu João vai construir um quarto nos fundos de sua casa. O quarto deverá medir $3\text{ m} \times 4\text{ m}$ e servirá para guardar material de construção.

Depois de “levantar” a primeira parede, ele ficou pensando sobre como construir as outras, de modo que o quarto ficasse retangular, ou seja, com ângulos de 90° em cada canto.

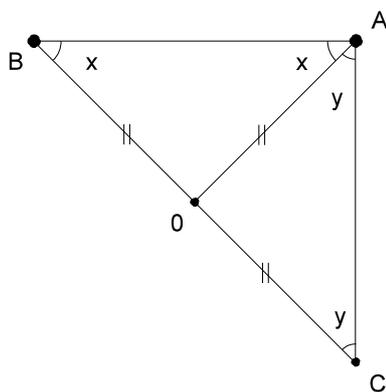
Para resolver esse problema, ele teve a seguinte idéia: uniu três cordas de mesmo comprimento (OA , OB e OC), por uma de suas extremidades:



Em seguida, com as cordas sobre o chão, fixou as extremidades A e B na parede construída e esticou as três cordas, de modo que OB e OC ficassem colineares, como mostra a figura abaixo:



Construindo a parede sobre a direção AC, seu João garantiu que ela ficaria perpendicular à parede construída. Por que ele está certo?



Repare que os dois triângulos construídos (OAB) e (OAC) são isósceles, pois $OA = OB$ e $OA = OC$.

Logo, tais triângulos possuem dois ângulos internos de mesma medida, como indicado na figura pelas variáveis x e y .

Observando o triângulo ABC , verificamos que seus ângulos internos são:

$$A = x + y \quad B = x \quad C = y$$

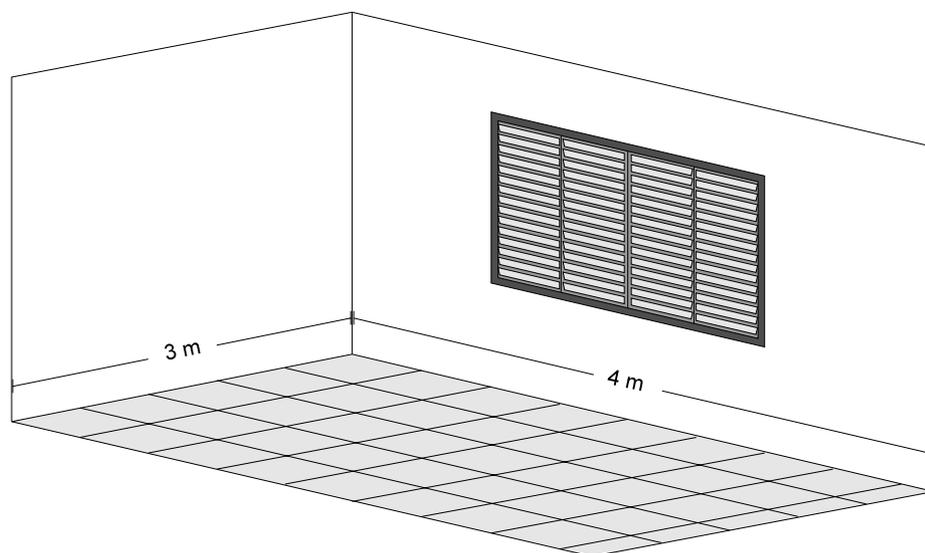
De acordo com a lei angular de Tales, sabemos que, em qualquer triângulo, a soma dos seus ângulos interno vale 180° . Logo:

$$\begin{aligned} A + B + C &= 180^\circ \\ x + y + x + y &= 180^\circ \\ 2x + 2y &= 180^\circ \quad \rightarrow \quad x + y = 90^\circ \end{aligned}$$

Como $x + y$ é a expressão que representa o ângulo A do triângulo ABC, podemos afirmar que o triângulo ABC é retângulo.

Portanto, seu João conseguiu que o quarto ficasse retangular.

Quantas lajotas comprar?



Para revestir o chão de seu quarto com lajotas de $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, quantas lajotas seu João precisará comprar?

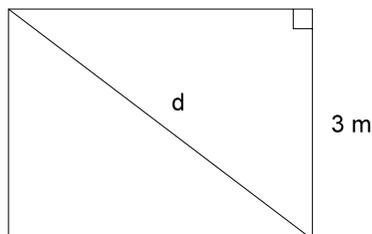
O quarto mede $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$, convertendo essa medida para centímetros, temos: $300 \text{ cm} \times 400 \text{ cm}$. Portanto, a área do quarto é de $300 \text{ cm} \times 400 \text{ cm} = 120.000 \text{ cm}^2$

Como a área da lajota é de $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} = 600 \text{ cm}^2$, o número de lajotas necessário será de $120.000 \div 600 = 200$ lajotas.

Portanto, seu João deverá comprar pelo menos **200 lajotas**.

Qual o comprimento do tubo?

De que modo seu João conseguirá colocar um tubo de PVC, medindo 6 m de comprimento, no chão de seu quarto?



Como a maior distância disponível no chão desse quarto fica na diagonal, resolvemos pelo Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

$$d^2 = 9 + 16$$

$$d^2 = 25$$

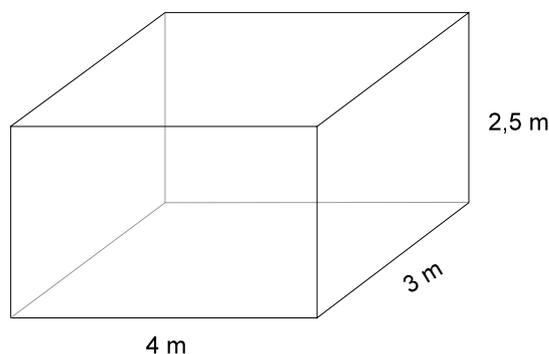
$$d = 5$$

Assim, temos que a maior distância disponível no chão do quarto é de 5 m. Portanto, seu João **não** poderá colocar em seu quarto um tubo de 6 m de comprimento.

Quanto de tinta encomendar?

seu João deseja pintar as paredes de seu quartinho. Para saber a quantidade de tinta necessária para a pintura, ele deverá calcular a área total das paredes.

Sabendo que o quarto tem o formato de um paralelepípedo, devemos calcular as áreas de suas faces e, em seguida, somá-las:



O pé direito (altura) do quarto é de 2,5 m e suas paredes são de 3 m × 4 m.

Calculando a área do paralelepípedo (área de suas faces), temos:

$$2 \text{ faces de } 4 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 2 \cdot (4 \cdot 3) = 24 \text{ m}^2$$

$$2 \text{ faces de } 3 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} = 2 \cdot (3 \cdot 2,5) = 15 \text{ m}^2$$

$$2 \text{ faces de } 4 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} = 2 \cdot (4 \cdot 2,5) = 20 \text{ m}^2$$

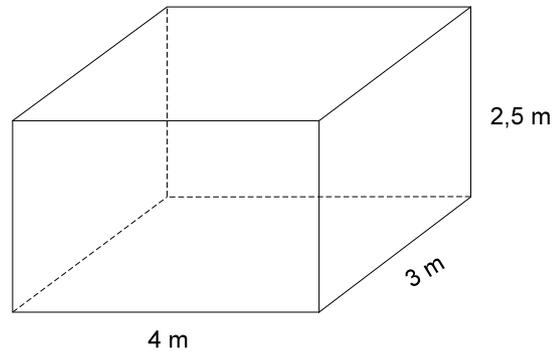
No caso do quartinho de seu João, em que serão pintadas as paredes laterais e o teto, a área total é de:

$$24 + 15 + 20 = 59 \text{ m}^2$$

Portanto, seu João deverá comprar uma quantidade de tinta suficiente para pintar um total de **59 m²**.

Agora, imagine que seu João queira encher seu quartinho de objetos. Como saber o volume que poderá ser ocupado por suas coisas?

Neste caso, basta calcular o volume do paralelepípedo:



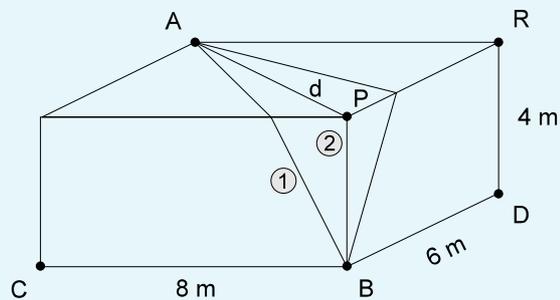
$$V = \text{base} \times \text{largura} \times \text{altura}$$

$$V = 4 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} =$$

$$= 4 \times 3 \times 2,5 = \mathbf{30 \text{ m}^3} \text{ (metros cúbicos).}$$

Curiosidade

Movendo-se sobre um paralelepípedo:

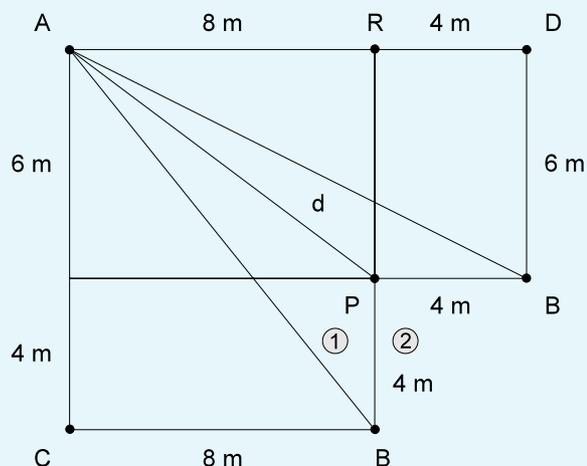


Qual será o menor percurso para ir de A até B, movendo-se sobre a superfície de um paralelepípedo?

Para resolver esse problema, é preciso lembrar que a menor distância entre dois pontos de um plano deve ser calculada sobre a reta que liga esses pontos.

De acordo com a figura acima, imaginamos três possíveis caminhos.

Para facilitar o entendimento, vamos planificar suas faces. Se quiser acompanhar melhor o raciocínio, pode pegar uma caixa e desmontá-la, como mostra a figura:



Para calcular a distância de A até B, devemos aplicar o Teorema de Pitágoras:

Caminho 1:

triângulo ABC:

$$(AB)^2 = 8^2 + 10^2 = 64 + 100 = 164$$

$$AB = \sqrt{164} = \mathbf{12,8 \text{ cm}}$$
 aproximadamente

Caminho 2:

triângulo ARP:

$$d^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$$

$$d = \sqrt{100} \rightarrow d = 10$$

$$\text{de A até B: } 10 + 4 = \mathbf{14 \text{ cm}}$$

Caminho 3:

triângulo ADB:

$$(AB)^2 = 12^2 + 6^2 = 144 + 36 = 180$$

$$AB = \sqrt{180} = \mathbf{13,4 \text{ cm}}$$
 aproximadamente

Logo, o menor percurso será aquele traçado pelo caminho 1.

Observação: A partir do exemplo acima, você poderá resolver o problema proposto na introdução desta aula.

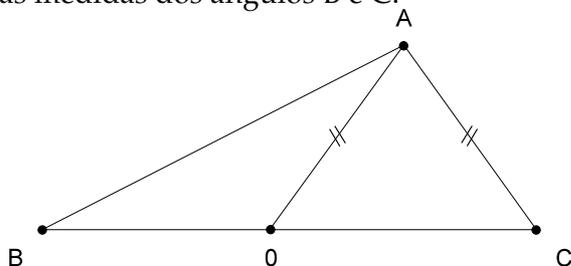
Exercícios

Exercício 1

Um dos ângulos internos de um triângulo isósceles mede 50° . Quais são as medidas dos outros dois ângulos internos?

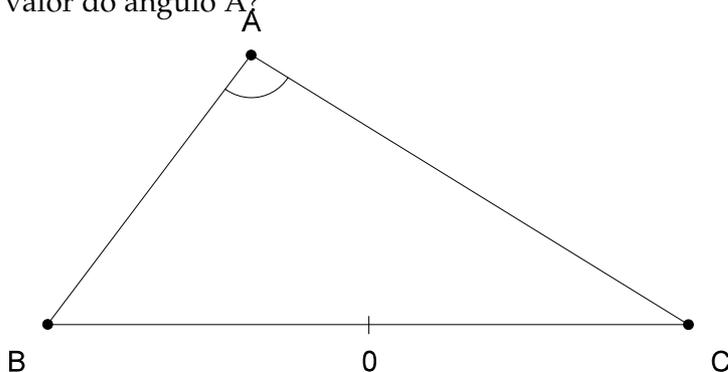
Exercício 2

No triângulo retângulo ABC, o lado AC tem a mesma medida que a mediana OA. Calcule as medidas dos ângulos B e C.



Exercício 3

Em um semicírculo de centro O e diâmetro BC , escolhemos um ponto A qualquer e o ligamos aos pontos B e C , como mostra a figura.
Qual o valor do ângulo A ?



Exercício 4

Um reservatório, com a forma de um paralelepípedo mede $4\text{m} \times 2\text{m} \times 2,5\text{m}$.
Qual a capacidade desse reservatório?

Exercício 5

Qual a área total das paredes de uma sala que tem 3 m de pé direito e mede $3,5\text{ m} \times 4\text{ m}$?