

Revisão III

Operações e suas aplicações

Nesta aula vamos recordar alguns conceitos básicos das operações matemáticas. Começaremos com um exercício:

Os preços das mercadorias foram reduzidos 20% numa liquidação. Terminada a promoção, qual deverá ser o reajuste dos preços atuais, de modo que retornem a seus antigos valores?

Veja:

- No amistoso do campeonato carioca, dois terços **dos** lugares do Maracanã estavam ocupados.
- Nas últimas eleições, o candidato A recebeu o dobro **do** número de votos obtidos pelo candidato B.
- Setenta por cento **da** renda de uma família são gastos com despesas de alimentação.

Observando as frases acima, vemos que as palavras grifadas **dos**, **do** e **da** são indicadores de multiplicação.

No caso da primeira frase, se houvesse 120.000 lugares no Maracanã, o número de lugares ocupados seria:

$$\frac{2}{3} \text{ de } 120.000 = \frac{2}{3} \times 120.000 = \frac{2 \cdot 120.000}{3} = \mathbf{80.000 \text{ lugares}}$$

De acordo com a segunda frase, caso o candidato B tivesse obtido 65.000 votos, o candidato A teria obtido o dobro de 65.000 = **130.000 votos**.

Na terceira frase, supondo que a renda de uma família é de R\$ 240,00 e que 70% desse valor é gasto com despesas de alimentação, temos um gasto de:

$$70\% \text{ de R\$ } 240,00 = 0,70 \times 240 = \mathbf{R\$ 168,00}$$

Introdução

Nossa aula

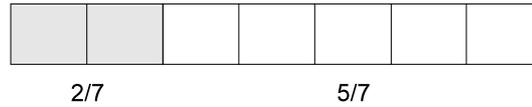
Reverendo as operações

O primeiro passo na resolução de um problema consiste em decidir qual é a operação que devemos utilizar. Veja o problema a seguir:

Após ter caminhado $\frac{2}{7}$ de um percurso de 3.500 m, quantos metros ainda terei de caminhar para chegar ao final?

$$\frac{2}{7} \text{ de } 3.500 = \frac{2}{7} \times 3.500 = \mathbf{1.000 \text{ m}}$$

Sabendo que já caminhei 1.000 m, ainda terei de caminhar **2.500 m**.



De acordo com a figura, esse problema também pode ser resolvido assim:

$$\frac{5}{7} \text{ de } 3.500 = \frac{5}{7} \times 3.500 = \mathbf{2.500 \text{ m}}$$

EXEMPLO 1

Uma certa quantia foi dividida entre Sérgio, João e Pedro. Sabendo que Sérgio recebeu $\frac{1}{3}$ da quantia e João recebeu 30%, responda: que fração da quantia recebeu Pedro? Quem recebeu mais?

Solução:

$$30\% = \frac{3}{100} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Sérgio e João: } = \frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{10}{30} + \frac{9}{30} = \frac{19}{30}$$

$$\text{Portanto, Pedro recebeu: } = \frac{1}{3} + \frac{3}{10} = \frac{10}{30} + \frac{9}{30} = \frac{19}{30}$$

Para saber quem recebeu mais, devemos comparar as frações:

$$\text{Sérgio: } \frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$

$$\text{João: } \frac{9}{30}$$

$$\text{Pedro: } \frac{11}{30}$$

Logo, Pedro recebeu mais.

Observação: Para saber quanto falta a uma fração para completar o total, basta **subtraí-la da unidade**. Por exemplo, para saber a parte que Pedro recebeu, fizemos $1 - \frac{19}{30}$.

EXEMPLO 2

Na divisão de uma herança, Maria ficou com $\frac{3}{4}$ do total. Como ela deu $\frac{3}{6}$ da sua parte para Ana, indique que fração do total foi recebida por Ana.

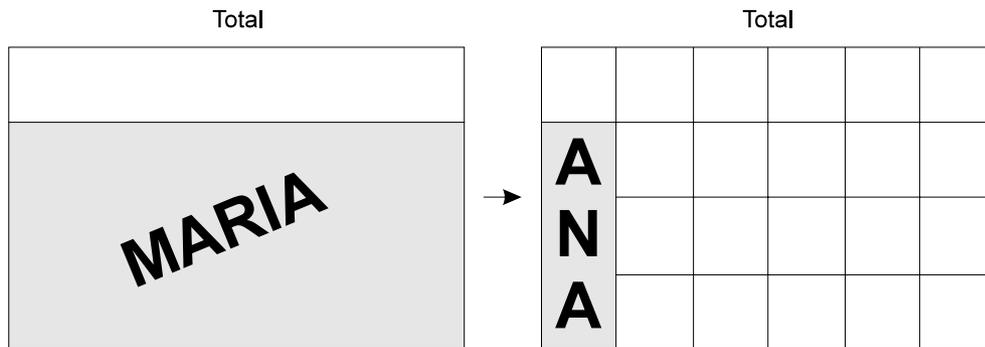
De acordo com as palavras destacadas, observamos que:

Maria deu $\frac{1}{6}$ de $\frac{3}{4}$ do total para Ana.

Portanto, Ana recebeu $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$

Portanto, Ana recebeu $\frac{1}{8}$ do total da herança.

Resolvendo pelo diagrama, temos:



$$6 \times 4 = 24$$

$$3 \text{ em } 24 \text{ @ } \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

EXEMPLO 3

Na divisão de uma compra, Joana recebeu $\frac{1}{6}$ do total e André recebeu $\frac{1}{8}$ do total. Que fração do total receberam os dois juntos? Essa fração corresponde a *mais* ou a *menos* de 30%?

Solução:

Neste exemplo, temos duas frações de um mesmo total. Assim a solução consiste em somar essas duas frações.

Para efetuar essa operação, devemos reduzir as frações a um mesmo denominador (que deve ser um múltiplo comum aos denominadores das frações). Neste caso, reduzimos ao denominador comum 24:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{4}{24} + \frac{3}{24} = \frac{7}{24}$$

Assim, temos que André e Joana receberam juntos $\frac{7}{24}$ da compra.

Essa fração ($\frac{7}{24}$) corresponde a mais ou a menos de 30%?

Para responder a essa pergunta, devemos transformar a fração $\frac{7}{24}$ em um número decimal:

$$\frac{7}{24} = 7 \div 24 = 0,291666... = 0,29$$

$$\text{Logo, } 0,29 = \frac{29}{100} = 29\%$$

Portanto, a fração total recebida por André e Joana corresponde a **menos de 30%**.

EXEMPLO 4

Em 1985, a população de uma cidade era de 200 mil habitantes. No período entre 1985 e 1990, houve um aumento populacional de 20% e, entre 1990 e 1995, um outro aumento de 25%.

- Qual era a população dessa cidade no ano de 1995?
- Qual o percentual (taxa) de aumento populacional no período de 1985 a 1995?

Solução:

- De 1985 a 1990: 20% de 200.000
 $0,20 \times 200.000 = 40.000$

Em 1990 a população era de $200.000 + 40.000 = 240.000$ habitantes.

- De 1990 a 1995: 25% de 240.000
 $0,25 \times 240.000 = 60.000$

Assim, em 1995 a população era de $240.000 + 60.000 = \mathbf{300.000}$ habitantes.

- De 1985 até 1995, a população passou de 200.000 para 300.000 habitantes. Ou seja, houve um aumento populacional de 100.000 habitantes.

$$\frac{100.000}{200.000} = \frac{1}{2} = 0,50$$

Logo, a taxa de aumento foi de **50%**.

Observação: Na Aula 77, vimos que dois aumentos sucessivos **não** equivalem à soma dos percentuais.

Um comerciante remarca os preços de suas mercadorias, aumentando-os em 50%. Em seguida, anuncia uma liquidação na qual os preços são reduzidos de $\frac{1}{3}$ do seu valor. Os preços dessa liquidação serão maiores ou menores que os preços anteriores à remarcação?

Supondo uma mercadoria que custe R\$ 100,00, ela passará a custar, após a remarcação:

$$50\% \text{ de R\$ } 100,00 = 0,50 \times 100 = \text{R\$ } 50,00$$
$$\text{R\$ } 100,00 + \text{R\$ } 50,00 = \text{R\$ } 150,00$$

Ao reduzir desse valor a sua terça parte, temos:

$$\frac{1}{3} \text{ de R\$ } 150,00 = \frac{150}{3} = \text{R\$ } 50,00$$

Logo, a mercadoria foi vendida por:

$$\text{R\$ } 150,00 - \text{R\$ } 50,00 = \text{R\$ } 100,00 = \mathbf{\text{R\$ } 100,00}$$

Ou seja, pelo mesmo preço de antes da remarcação.

Exercício 1

Após gastar $\frac{2}{5}$ do seu salário no aluguel de sua casa, Otacílio ficou com R\$ 138,00. Responda:

- Qual é o valor do salário de Otacílio?
- Qual é o valor do aluguel de sua casa?

Exercício 2

Uma caixa de balas foi dividida entre três crianças. A primeira ficou com $\frac{1}{3}$ das balas, a segunda ficou com $\frac{2}{5}$ e a terceira recebeu 12 balas.

- Quantas balas havia na caixa?
- Quantas balas receberam as duas primeiras crianças?

Exercício 3

Sabendo que 60% dos lugares de um estádio de futebol estão ocupados e 20.000 estão disponíveis, responda: qual é o número de pessoas nesse estádio?

Exercício 4

Caso um televisor que custa R\$ 500,00 sofra três aumentos sucessivos de 20%, quanto ele passará a custar? Qual será a taxa total de aumento?

Exercício 5

Sabendo que $\frac{5}{8}$ da população de uma cidade torce pelo o time A e que, dentre esses torcedores, $\frac{2}{5}$ são mulheres. Responda: se o número de torcedores homens é igual a 120.000, qual a população dessa cidade?

Exercícios