AULA

3

Introdução

Vamos falar um pouco sobre a ***aritmética***, a ***geometria***... e a ***álgebra***. Elas são áreas importantes da matemática. Cada uma delas inventa seus objetos de estudo e métodos de resolver problemas, e todas têm aplicações significativas em nosso cotidiano.

Como você deve se lembrar, de seus estudos no curso do 1º grau, a aritmética estuda os números - especialmente os números inteiros e os fracionários. Quanto à geometria, seus objetos de estudo são as figuras geométricas - como o triângulo, o quadrado, o círculo, a esfera etc.

Os conhecimentos de aritmética e de geometria surgiram possivelmente há mais de quatro milênios. Pelo que está registrado nos achados da arqueologia - a ciência que estuda o nosso passado - devemos muitos aos babilônios e aos egípcios e, finalmente, aos gregos. Estes últimos foram os responsáveis pelo surgimento do pensamento científico e nos deixaram os trabalhos de Tales, de Pitágoras e, mais tarde, de Euclides. (Euclides, por volta de 300 a.C., formalizou praticamente todo o conhecimento matemático de seu tempo em sua obra *Os Elementos*.)

E a álgebra?

A álgebra já é bem mais recente. Considera-se que tenha surgido na Índia, nos primeiros séculos deste milênio. De lá passou aos árabes. Nosso Sistema de numeração é chamado ***indo-arábico*** devido a esses povos. E com os árabes, que lhe deram o nome, a álgebra penetrou na Europa, onde desenvolveu-se extraordinariamente a partir do século XVI. Da Europa, esta área da matemática que continua crescendo, chegou às Américas e até nós, neste Brasil do limiar do terceiro milênio.

A matemática deve o que é não apenas à genialidade de homens e mulheres como Tales, Pitágoras, Hipátia (uma matemática grega), Newton, Gauss etc., mas também aos talentos "incógnitos" que em instantes magníficos criaram e continuarão criando a matemática.

Quem teria inventado o zero? E as noções de ponto e de reta? E os nossos algarismos? Jamais saberemos responder. Só sabemos que o conhecimento se espalha, como é comum na natureza: cada nova planta que brota traz esperança de muitas outras plantas que brotarão. Sendo assim, aqui vão nossas sementes algébricas! E que você as multiplique - é o nosso desejo.

Nossa aula

Para começar esta aula, pense no seguinte problema: uma mulher de 25 anos é casada com um homem 7 anos mais velho que ela.

Qual é a soma das idades desse casal? Pense e responda. Não é difícil responder. O marido tem:

$$25 + 7 = \mathbf{32} \text{ anos}$$

Portanto, a soma das idades do casal é:

$$25 + 32 = \mathbf{57} \text{ anos}$$

Agora vamos ver outro problema semelhante: o marido de certa mulher é 7 anos mais velho que ela. Quando nasce a primeira criança do casal, as idades dos dois somam 70 anos.

Qual a idade da mulher?

Podemos perceber que essa resposta não virá tão facilmente quanto a do problema anterior. É interessante, por isso, que você pegue papel e lápis, e tente responder à pergunta.

Será isso o que também faremos na próxima aula, quando mostraremos que alguns problemas tanto podem ser resolvidos pelo raciocínio aritmético quanto pelo algébrico.

Agora, queremos mostrar-lhe como resolver este problema pela álgebra, pois cremos que você saberá reconhecer o valor dessa nova forma de raciocínio.

O nascimento do "x"

Para resolver esse problema, poderíamos pensar assim: já que não sabemos a idade da mulher, nós escrevemos **?** em seu lugar.

Com isso, podemos escrever o que sabemos do problema: que a soma das idades da mulher e de seu marido é 79. Assim:

$$\underbrace{?}_{\text{idade da mulher}} + \underbrace{(? + 7)}_{\text{idade do marido}} = 79$$

Continuando, encontraremos:

$$\begin{aligned} ? + ? + 7 &= 79 \\ 2? &= 72 \\ ? &= 72 \div 2 \\ ? &= 36 \end{aligned}$$

Portanto, a idade da mulher é 36 anos. Para conferir, basta ver qual é a idade do marido e qual é a soma das idades.

Não é fácil? Pois esta é a essência do chamado raciocínio algébrico - e daqui a pouco nós o recordaremos para você. Por enquanto, repare que o raciocínio é exatamente igual ao de uma outra pessoa que, no lugar de **?**, usasse um outro símbolo qualquer para representar um número.

Por exemplo, alguém poderia pensar assim: "Como não sei a idade procurada, deixo um espaço para ela dentro deste quadradinho, e então escrevo o que sei." Ficaria assim:

$$\square + (\square + 7) = 79$$

Resolvendo esta equação (que é como chamamos em álgebra o procedimento de encontrar o número procurado), chegamos a:

$$\square = 36\text{, como antes.}$$

Ou seja, o símbolo que cada pessoa escolhe para ajudá-la a resolver o problema não é importante. Observe que o raciocínio é o mesmo.

Sendo assim, podemos usar ***qualquer símbolo*** (lembre-se disso, pois às vezes os símbolos escolhidos podem ajudar bastante na resolução de problemas que encontramos na vida - e até nos motivar mais a enfrentar esses problemas).

É comum, em Matemática, usarmos a letra "**x**" para designar o número que estamos procurando - a ***incógnita***, como se diz. Também em outras ciências e na literatura em geral a letra "**x**" tem sido usada para designar algo desconhecido ou misterioso.

Como exemplos, temos: o "**raio x**", que assim foi chamado porque desconhecia-se o que ele era; uma certa "**faculdade x**", relacionada com o desenvolvimento da consciência do homem (segundo o escritor britânico Colin Wilson); o **"cavalheiro x"**, personagem misterioso de algum romance ou novela etc.

No caso do problema anterior, então, sua equação fica assim, usando **x**:

$$x + (x + 7) = 79$$

Compare com as outras duas formas de escrevê-la. Não é a mesma coisa? E resolvendo a equação, obtemos **x = 36** para a idade da mulher, como antes.

Seguindo a tradição matemática, também adotaremos o **x** quando o símbolo for indiferente.

Resumindo o raciocínio algébrico: outro problema

João avalia que, de sua caixa d'água de 1000 litros, restavam apenas uns 100 litros. Para enchê-la de novo precisou fazer 45 viagens carregando uma lata cheia d'água. Qual a capacidade aproximada da lata? E quanto pesava a água na lata?

As etapas importante do nosso raciocínio acima são as seguintes.

Procure compreender a idéia geral do raciocínio: como vimos, ele é fruto do bom senso.

ETAPA 1 - Dando nome aos "bois"

O que precisamos saber para resolver o problema: isto será **x**.

Neste exemplo, **x** = capacidade da lata. Em seguida, usamos **x** para escrever o que sabemos; quer dizer, montamos a equação do problema.

ETAPA 2 - Montando a equação

Basta interpretar o que está escrito na nossa linguagem comum em termos matemáticos. Ou seja, escrever a equação. Reveja como fazemos:

Capacidade da lata = x

Capacidade de 45 latas = $45x$

O que sabemos: $45x + 100 = 1000$ (litros)

ETAPA 3 - Resolvendo a equação

Esta etapa é mais automática: são as regras do cálculo. Aqui:

$$45x + 100 = 1000$$

$$45x = 900$$

$$x = 900 \# 45$$

$$x = 20 \text{ (litros)}$$

E a lata pesa 20 kg, pois 1 litro de água pesa 1 kg. Não estamos considerando o peso da lata vazia, neste problema.

ETAPA 4 - Conferindo o resultado

"Tudo isso?", alguém poderia perguntar, espantado com o peso carregado por João em tantas viagens. Para não termos dúvida de que chegamos ao resultado certo, "checamos" se o número encontrado satisfaz de fato o que sabemos dos dados do problema. Quer dizer, se **x** for mesmo igual a 20, então deveremos ter $45x + 100 = 1000$. Vejamos:

$$\mathbf{45 \times \underset{x}{\underline{(20)}} + 100 = 900 + 100 = 1000} \text{ (Confere !)}$$

São só estas etapas? Não. É preciso ter o cuidado final de verificar se já respondemos à pergunta do problema.

ETAPA 5 - Respondendo o que foi perguntado

Por exemplo, poderia ter sido perguntado não quanto era a ***capacidade*** da lata, mas sim qual o seu ***peso*** em água. (A resposta não seria, é claro, 20 litros!)

Ou seja: para completar a solução, você tem de responder exatamente o que o problema pede.

Foi uma boa aula. Concorda? O raciocínio algébrico é mesmo muito útil, poderoso e até mesmo muito atual em termos de pensamento matemático. Use-o nos próximos exercícios, não esquecendo de que o importante é a compreensão do que estamos estudando.

Exercícios

Exercício 1

Para cercar todo o perímetro de seu terreno quadrado e ainda gastar 26 m no caminho que leva à estrada, Procópio precisou comprar 94 m de cerca. Qual a área de seu terreno?

Exercício 2

Quando seu primogênito nasceu, Gustavo tinha 24 anos. Depois de quantos anos ele terá exatamente o dobro da idade de seu filho? E o triplo?

Exercício 3

a) Qual o número cuja metade é igual à sexta parte de seu triplo?

b) Qual o número cuja metade é igual à sexta parte de 21?

c) Qual o número cuja metade é igual à sexta parte de 42?

Exercício 4

Quinze anos depois do nascimento das trigêmeas Lia, Lina e Liana, quantos anos tem cada uma delas?

Exercício 5

Quanto devo pedir por determinada mercadoria que pretendo vender para que, descontados 10%, eu fique ainda com R$100,00? (Verifique!)

Exercício 6

Relacione cada número à esquerda com aquela expressão à direita que se torna verdadeira quando **x** é substituído pelo número:

VALORES DE **X**	EXPRESSÕES
2	a) $5x = 6 - x^2$
0	b) $\frac{18}{x} + 5 = 2 + x$
- 3	c) $\sqrt{x} + x = 0$
3	d) $x^3 + 2x = 12$
1	e) $x + 2x - 9 = 0$