

# Resolvendo equações

## Introdução

À medida que os problemas se tornam mais complicados, o método algébrico vai se impondo naturalmente ao método aritmético. Resolver equações fará parte das nossas atividades diárias. Mas, o que significa resolver uma equação? Tomemos como exemplo esta equação:

$$\frac{x+4}{2} = 2x - 3 \quad | \quad 1$$

Não importa de que problema ela tenha vindo. Desejamos, antes de mais nada, responder à pergunta que fizemos.

Resolver uma equação significa encontrar um número tal que, se for colocado no lugar da letra  $x$ , torna a igualdade correta. Veja o que acontece se substituirmos  $x$  por 2.

$$\frac{x+4}{2} = 2x - 3 \quad | \quad 1$$

$$3 = -3 \rightarrow \text{errado!}$$

Logo,  $x = 2$  não é solução da nossa equação. Veja agora o que acontece se substituirmos  $x$  por 6.

$$\frac{6+4}{2} = 2x - 3 \quad | \quad 1$$

$$5 = 5 \rightarrow \text{certo!}$$

Portanto,  $x = 6$  é **solução** da nossa equação. Dizemos também que  $x = 6$  é **raiz** da equação dada.

É importante saber que  $x = 6$  é a **única** solução da equação do nosso exemplo. Você pode tentar substituir  $x$  por outros números; mas fique certo de que jamais encontrará outras igualdades corretas.

As equações que aprenderemos a resolver nesta aula são chamadas de **equações do primeiro grau**, ou seja, são equações em que a letra **x** não aparece elevada a nenhum expoente. Um fato importante relativo às equações de 1º grau é que:

**Toda equação de 1º grau possui uma solução.**

Inicialmente, vamos aprender a resolver equações do 1º grau. Não nos importará, portanto, de quais problemas elas vieram.

Nossa aula

### EXEMPLO 1

Resolva a equação  $2x + 3(x - 2) = 7x - 34$ .

Neste primeiro exemplo, não há denominadores. Então, a primeira coisa a fazer é eliminar os parênteses. Observe que na multiplicação  $3(x - 2)$ , o número 3 multiplica todos os termos que estão dentro do parênteses, ou seja:

$$3(x - 2) = 3x - 3 \cdot 2$$

Voltemos, então, à equação dada.

$$\begin{aligned} 2x + 3(x - 2) &= 7x - 34 \\ 2x + 3x - 3 \cdot 2 &= 7x - 34 \\ 2x + 3x - 6 &= 7x - 34 \end{aligned}$$

Agora, todos os termos que contêm a letra **x** devem ser transportados para o lado esquerdo. Observe, então, a mudança do sinal dos termos que trocaram de lado.

$$2x + 3x - 7x = 6 - 34$$

Continuamos fazendo as contas:

$$\begin{aligned} 2 + 3 - 7 &= -2 \text{ do lado esquerdo e} \\ 6 - 34 &= 28 \text{ do lado direito.} \end{aligned}$$

Temos então:

$$-2x = -28$$

É conveniente trocar os sinais dos dois lados:

$$2x = 28$$

e dividir os dois membros por 2 para obter o valor de **x**.

$$\begin{aligned} \frac{2x}{2} &= \frac{28}{2} \\ x &= 14 \end{aligned}$$

Está resolvida, assim, a nossa equação. Se quisermos conferir se a solução é realmente a que encontramos, devemos substituir **x** por **14** na equação dada.

$$\begin{aligned} 2 \cdot 14 + 3(14 - 2) &= 7 \cdot 14 - 34 \\ 28 + 36 &= 98 - 34 \\ 64 &= 64 \end{aligned}$$

Está certo. A raiz da equação dada é realmente  $x = 14$ .

## EXEMPLO 2

Como resolver a equação abaixo?

$$\frac{x-4}{2} + 3x = \frac{4x}{5} + 7$$

Neste exemplo, a equação possui **denominadores**.

Portanto, a primeira coisa a fazer, neste caso, é eliminar esses denominadores. Para isso, buscamos um número que seja múltiplo de todos os denominadores e multiplicamos **todos** os termos da equação por esse número.

No nosso caso, os denominadores são **2** e **5**. Como 10 é múltiplo de 2 e de 5, vamos multiplicar por 10 todos os termos dessa equação.

$$10 \cdot \frac{(x-4)}{2} + 10 \cdot 3x = 10 \cdot \frac{4x}{5} + 10 \cdot 7$$

Fazemos agora as simplificações:

$$\cancel{10}^5 \cdot \frac{(x-4)}{\cancel{2}_1} + 10 \cdot 3x = \cancel{10}^2 \cdot \frac{4x}{\cancel{5}_1} + 10 \cdot 7$$

$$5(x-4) + 30x = 8x + 70$$

Agora não há mais denominadores. Logo, podemos resolver essa equação do mesmo modo que fizemos no primeiro exemplo.

$$\begin{aligned} 5x - 20 + 30x &= 8x + 70 \\ 5x + 30x - 8x &= 70 + 20 \\ 27x &= 90 \end{aligned}$$

$$\frac{27x}{27} = \frac{90}{27}$$

$$x = \frac{10 \cdot 9}{3 \cdot 9}$$

$$x = \frac{10}{3}$$

Portanto, a solução da equação dada é  $x = \frac{10}{3}$

Vamos agora resolver alguns problemas com o auxílio da álgebra.

Em cada um deles vamos tentar, a partir do enunciado, obter uma equação e, em seguida, resolvê-la.

Um feirante levou 60 mamões para vender na feira. Começou vendendo cada um por 50 centavos. Depois, como a venda estava fraca, baixou o preço para 30 centavos e vendeu todos os outros. Sabendo que ele arrecadou R\$ 22,80, quantos mamões ele vendeu pelo preço mais caro?

Digamos que seja  $x$  o número de mamões que ele vendeu pelo preço mais caro. Como cada uma dessas frutas foi vendida por R\$ 0,50 então, na primeira parte da venda ele arrecadou  $0,50 \cdot x$ .

Quantos mamões sobraram?

Se ele tinha inicialmente 60 mamões e vendeu  $x$  mamões, então sobraram **60 - x mamões**. Como cada um deles foi vendido por R\$ 0,30, então, na segunda parte da venda o feirante arrecadou **0,30 (60 - x)**.

Se ele arrecadou no total R\$ 22,80, nossa equação é:

$$0,50 \cdot x + 0,30 (60 - x) = 22,80$$

Vamos agora resolver essa equação. Observe inicialmente que, na parte decimal de um número, o zero colocado à direita pode ser dispensado. Ficamos então com:

$$0,5 \cdot x + 0,3 (60 - x) = 22,8$$

Para evitar trabalhar com decimais, multiplicamos todos os termos da equação por 10.

$$5x + 3 (60 - x) = 228$$

Agora fica fácil:

$$5x + 3 \cdot 60 - 3x = 228$$

$$5x + 180 - 3x = 228$$

$$5x - 3x = 228 - 180$$

$$2x = 48$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{48}{2}$$

$$x = 24$$

Portanto, o feirante vendeu 24 mamões pelo preço mais caro.

## EXEMPLO 4

Uma caixa com 30 lápis custa R\$ 4,80. Quanto deverá custar uma outra com 40 lápis?

Este é um problema de regra de três. Problemas como esse são muito frequentes em nossa vida. Observe como organizamos os dados no quadro montado abaixo.

preço	→	4,80	x
quantidade	→	30	40

Para resolver o problema, montamos a equação

$$\frac{4,80}{30} = \frac{x}{40}$$

Por que fazemos isso? É simples. Vamos pensar no significado de cada fração. Repare que, dividindo o preço da caixa pela quantidade de lápis, estamos calculando **quanto custa cada lápis**. Se o preço de um lápis é o mesmo nas duas caixas, as duas frações devem ser **iguais**. Resolver essa equação é fácil. Basta multiplicar por 40 os dois lados.

$$40 \cdot \frac{4,80}{30} = 40 \cdot \frac{x}{40}$$

Daí,

$$x = \frac{40 \cdot 4,80}{30} = 6,4$$

Logo, a caixa maior **deverá** custar **R\$ 6,40**.

**Comentário:** freqüentemente, encontramos no mercado um mesmo produto em embalagens diferentes e com preços diferentes. Nesse caso, é preciso saber qual das embalagens é mais econômica.

Por exemplo, se uma caixa com 30 lápis custa R\$ 4,80 e outra com 40 lápis custa R\$ 6,10, o problema que acabamos de resolver nos mostra que devemos preferir a segunda. Na caixa maior, o preço de cada lápis é certamente menor.

### EXEMPLO 5

João recebeu seu salário e verificou que:

- a quarta parte do dinheiro ele gastou com aluguel e pagamento das contas;
- a terça parte gastou no supermercado;
- restaram-lhe R\$ 100,00 para todas as outras despesas.

Qual é o salário de João?

Vamos chamar de **x** o salário de João. Agora, vamos somar o que ele pode gastar com outras despesas. Essa soma é o salário de João. Então:

$$\frac{x}{4} + \frac{x}{3} + 100 = x$$

Para resolver essa equação, vamos eliminar os denominadores, multiplicando todos os termos por 12.

$$12 \cdot \frac{x}{4} + 12 \cdot \frac{x}{3} + 12 \cdot 100 = 12 \cdot x$$

Simplificando, temos:

$$3x + 4x + 1200 = 12x$$

Passando todos os termos que contêm  $x$  para um mesmo lado, ficamos com:

$$1200 = 12x - 3x - 4x$$

$$1200 = 12x - 7x$$

$$1200 = 5x$$

$$5x = 1200$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{1200}{5}$$

$$x = 240$$

Concluimos que o salário de João é de **R\$ 240,00**.

Observe agora o próximo exemplo para aprender algo diferente sobre as equações.

### EXEMPLO 6

Antônio, Bruno e Carlos são irmãos. Sabe-se que Bruno é dois anos mais velho que Antonio e que Carlos é três anos mais velho que Bruno. Se a soma das idades de Antonio e Carlos é o dobro da idade de Bruno, calcule as idades dos 3 irmãos.

Vamos chamar de  $x$  a idade de Antônio. Como Bruno é 2 anos mais velho, a sua idade será  $x + 2$ . E já que Carlos é três anos mais velho que Bruno, a idade de Carlos será  $x + 2 + 3 = x + 5$ . Resumindo:

Antônio	Bruno	Carlos
$x$	$x + 2$	$x + 5$

Como a soma das idades de Antônio e Carlos é o dobro da idade de Bruno, temos a seguinte equação:

$$x + x + 5 = 2(x + 2)$$

Vamos resolver como já aprendemos

$$x + x + 5 = 2x + 4$$

$$5 - 4 = 2x - x - x$$

$$1 = 0$$

Mas isto é um absurdo! Certamente que 1 não é igual a zero. Qual é o significado do que aconteceu?

Vamos explicar. Chegamos à equação:

$$5 - 4 = 2x - x - x$$

que é equivalente a

$$1 = (2 - 1 - 1) x$$

ou, ainda,

$$1 = 0 \cdot x$$

Essa é uma equação **impossível**, uma vez que não existe nenhum valor para  $x$  que torne a igualdade verdadeira. Isso quer dizer que o problema proposto é impossível, ou seja, **nunca** a soma das idades de Antônio e Carlos será o dobro da idade de Bruno.

**É importante saber que muitos problemas não possuem solução. Dizemos então que são problemas impossíveis, isto é, que a situação apresentada por eles nunca ocorrerá.**

## Exercícios

### Exercício 1

Resolva as equações abaixo:

a)  $3x + 4 = 25$

b)  $5(x - 1) - 19 = 3(x - 2)$

c)  $\frac{2x}{3} + \frac{x - 2}{6} = 8$

d)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{5} = 1$

### Exercício 2

A soma de um número com o dobro do consecutivo dele dá 74. Qual é esse número?

### Exercício 3

Antônio, Bruno e Carlos são irmãos. Sabe-se que Bruno é 2 anos mais velho que Antônio e que Carlos é 3 anos mais velho que Bruno. Se a soma das idades dos três irmãos é 55, calcule as idades de cada um deles.

### Exercício 4

Em certo mercado, uma caixa com uma dúzia de ovos custa R\$ 2,80 e uma outra com 18 ovos custa R\$ 4,00. Qual das duas embalagens é mais econômica?

### Exercício 5

Cada banco de um ônibus possui dois lugares. Entraram 50 passageiros nesse ônibus, mas 14 tiveram de viajar em pé. Quantos bancos tem o ônibus?

### Exercício 6

Pai e filho têm 31 e 8 anos. Daqui a quantos anos o pai terá o dobro da idade do filho?

### Exercício 7

Uma escola tem apenas turmas de 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup> e 7<sup>a</sup> séries. A metade dos alunos está na 5<sup>a</sup> série. A terça parte dos alunos está na 6<sup>a</sup> série e 32 alunos estão na 7<sup>a</sup> série. Quantos alunos tem a escola?

### Exercício 8

Maria saiu de casa com algum dinheiro. Comprou uma camiseta por R\$ 6,00 e gastou a quarta parte do restante num lanche. Se Maria voltou para casa com metade do dinheiro que tinha, calcule que quantia ela levava quando saiu de casa.