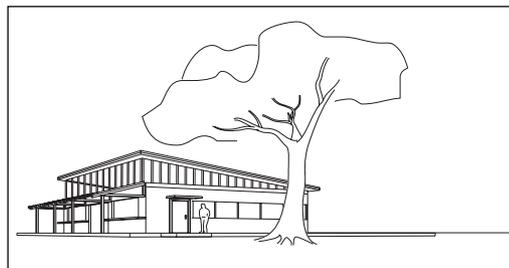


Plantas e mapas

Introdução

Na Aula 17, aprendemos o conceito de semelhança de triângulos e vimos, na Aula 20, interessantes aplicações desse conceito no cálculo de distâncias difíceis de serem medidas diretamente. Vamos recordar esse mesmo conceito aplicado a uma figura qualquer. Observe os dois desenhos abaixo.



O que você percebe de comum nos dois desenhos?

- Eles nos mostram a mesma imagem, porém em dois tamanhos diferentes.
- Para entender bem o que está acontecendo, pegue uma régua. Tire uma medida qualquer no desenho maior e transfira-a para o desenho menor. Fazendo isso várias vezes, você vai perceber uma relação entre as medidas de um e de outro: o desenho menor é *metade* do maior! Dizemos então que os dois desenhos são semelhantes na razão $\frac{1}{2}$.

- Mais precisamente, quando dividimos (ou multiplicamos) todas as medidas de comprimento de uma figura por um mesmo número, criamos uma outra figura *semelhante* à primeira.
- Volte agora aos dois desenhos e observe os ângulos. O que ocorre? É fácil responder. Os ângulos do desenho menor são os mesmos do desenho maior. Veja os ângulos retos das portas e janelas, o ângulo do telhado etc. Eles não mudam quando ampliamos ou reduzimos o tamanho de um desenho. Vamos então registrar nossas conclusões:

Em figuras semelhantes:

- *os ângulos não mudam;*
- *as medidas de comprimento são multiplicadas (ou divididas) pelo mesmo número.*

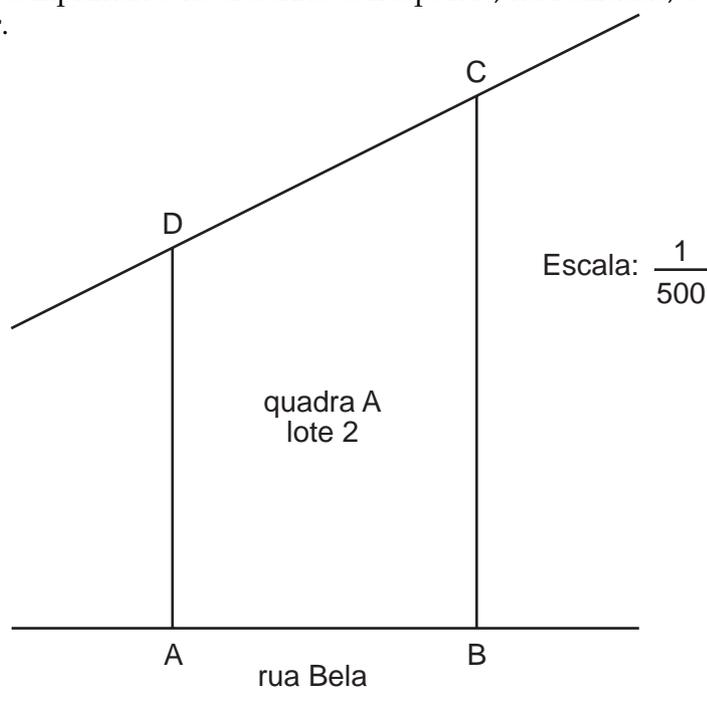
Os terrenos

Você já deve ter visto a planta de um terreno. Ela deve ter a mesma forma do terreno, mas muito menor, pois tem de caber em uma folha de papel.

Para fazer uma planta, o desenhista mantém todos os ângulos e divide todos os comprimentos por um mesmo número. Assim, ele tem certeza de criar um desenho com a mesma forma do terreno, ou seja, um desenho *semelhante* ao terreno.

A planta do terreno deve vir acompanhada de uma informação muito importante: a *escala*. Ela é um número que mostra a relação entre as medidas do desenho e as medidas reais, ou seja, é a razão de semelhança entre a planta e o terreno.

Vamos mostrar a seguir a planta de um terreno na escala $\frac{1}{500}$ (um para quinhentos). Isso quer dizer que, para fazer a planta, o desenhista dividiu as medidas do terreno por 500. Em outras palavras, a escala $\frac{1}{500}$ indica que cada unidade de comprimento no desenho corresponde, na realidade, a um valor 500 vezes maior.



Nossa aula

Se você tem a planta do terreno, a escala do desenho e uma régua, pode facilmente calcular suas medidas reais. Basta multiplicar as medidas encontradas na planta pelo número que aparece no denominador da escala. No nosso exemplo, para determinar as medidas do terreno, basta multiplicar as medidas da planta por 500. Veja:

	MEDIDA NA PLANTA	MEDIDA REAL
FRENTE DO TERRENO	AB = 4 cm	4 . 500 = 2.000 cm = 20 m
LATERAL ESQUERDA	AD = 5 cm	5 . 500 = 2.500 cm = 25 m
LATERAL DIREITA	BC = 7 cm	7 . 500 = 3.500 cm = 35 m
FUNDO DO TERRENO	DC = 4,5 cm	4,5 . 500 = 2.250 cm = 22,5 m

Com a planta do terreno e sua escala, podemos calcular duas outras medidas importantes: o perímetro e a área desse terreno.

O *perímetro* é a soma de todas as medidas do contorno do terreno. É a soma dos seus lados.

No nosso terreno, o perímetro será:

$$20 + 25 + 35 + 22,5 = 102,5 \text{ m}$$

Essa medida é importante se você deseja cercar o terreno. Por exemplo, se quisermos usar uma cerca de quatro fios de arame farpado, sabemos que vamos gastar $102,5 \cdot 4 = 410$ m de arame, pelo menos.

A *área* do terreno é a medida de sua superfície. Dizemos que um terreno é *maior* ou *menor* que outro dependendo de sua *área*. Em cada região, o preço de um terreno varia de acordo com sua área.

Para calcular a área de um terreno, devemos observar, na planta, sua forma geométrica. Alguns terrenos possuem forma tão irregular que o cálculo de sua área torna-se bastante complicado. No nosso caso, como os ângulos \hat{A} e \hat{B} do terreno são retos, concluímos que sua forma é um *trapézio*. A base maior desse trapézio é $BC = 35$ m, a base menor é $AD = 25$ m e a altura é $AB = 20$ m. Lembrando que a área do trapézio é:

$$\frac{(\text{base maior} + \text{base menor}) \cdot (\text{altura})}{2}$$

temos para a área do nosso terreno:

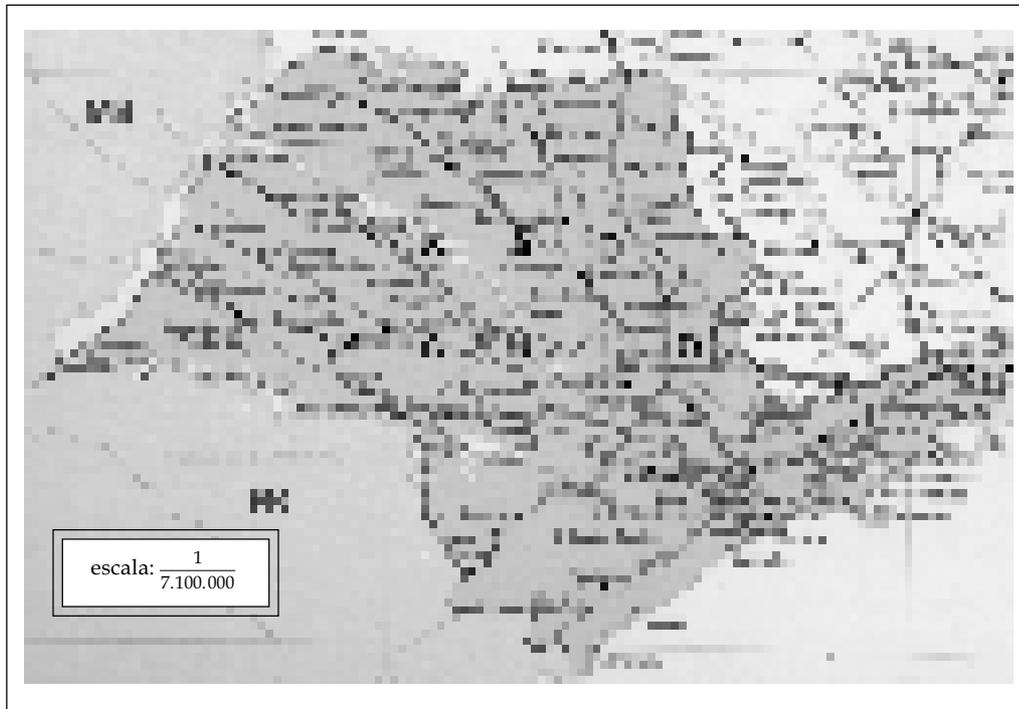
$$\frac{(35 + 25) \cdot 20}{2} = \frac{60 \cdot 20}{2} = 600 \text{ m}^2$$

Pois bem. Acabamos de examinar um terreno usando sua planta e a escala do desenho. Calculamos seu perímetro e sua área porque, com o auxílio da escala, determinamos suas medidas reais. Todas as vezes que você estiver examinando um desenho reduzido de uma situação real procure saber em que escala esse desenho foi feito. E tenha em mente seu significado:

$$\text{escala} = \frac{\text{medida feita no desenho}}{\text{medida real}}$$

Os mapas são desenhos muito reduzidos de grandes regiões. Para que você possa determinar distâncias em um mapa, precisa apenas de uma régua e da *escala* desse mapa.

Abaixo você vê o mapa do estado de São Paulo com suas principais cidades desenhado na escala 1 : 7.100.000



A escala indica que 1 cm no mapa corresponde a uma distância de 7.100.000 cm na realidade. Vamos melhorar isso. Observe:

$$7.100.000 \text{ cm} = 71.000 \text{ m} = 71 \text{ km}$$

Então, cada centímetro do desenho corresponde a 71 km na realidade. Como exemplo, vamos determinar a distância em linha reta entre as cidades de Presidente Prudente e Ribeirão Preto. Com uma régua medimos no mapa a distância entre essas duas cidades. Encontramos 5,1 cm. Confira. Como cada centímetro nesse mapa representa 71 km, a distância real será $5,1 \cdot 71 = 362$ km, aproximadamente.

Mais uma vez você verificou que a escala de um mapa é uma informação fundamental para o cálculo de distâncias. Procure então fazer os exercícios propostos.

Exercício 1

A planta de um terreno está na escala $\frac{1}{800}$. Se a frente desse terreno mede 4,5 cm, quanto ela vale na realidade?

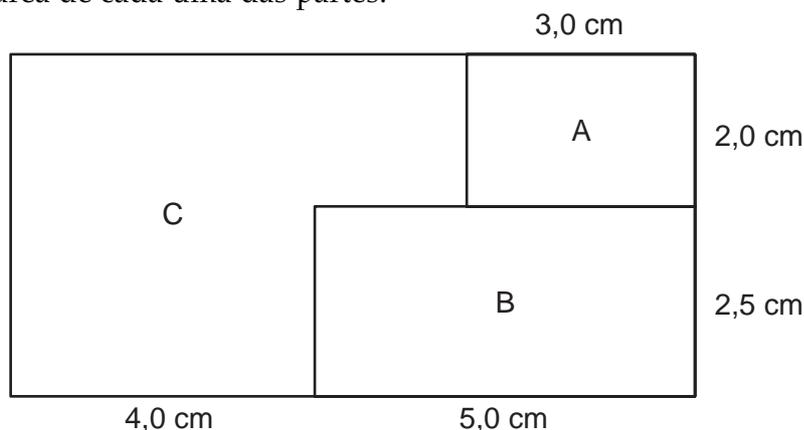
Exercício 2

Usando o mapa da nossa aula, qual é a distância em linha reta entre as cidades de Santos e de Marília?

Exercícios

Exercício 3

A figura abaixo mostra um grande terreno retangular dividido em três outros terrenos menores. Se a escala do desenho é $\frac{1}{1000}$, calcule o perímetro e a área de cada uma das partes.



Exercício 4

Dê exemplos de dois terrenos, ambos com 600 m^2 de área, mas de perímetros diferentes.

Exercício 5

Você vê abaixo a planta da cidade de Brasília na escala $\frac{1}{200.000}$. Qual é a distância em linha reta do Palácio da Alvorada até a Granja do Torto?



Exercício 6

As medidas que fazemos com a régua sobre plantas e mapas são apenas aproximadas, mas suficientes para nossas necessidades.

Voltando ao terreno de nossa aula, determinamos que a medida de seu fundo era $CD = 4,5 \text{ m}$, o que equivale na realidade a $22,5 \text{ m}$.

Você agora vai determinar uma melhor aproximação dessa medida da seguinte forma: coloque as medidas reais na planta do terreno e trace pelo ponto D uma reta paralela a AB. Quando esta reta encontrar BC, formará um triângulo retângulo. Observe que os catetos são conhecidos; assim você pode determinar a hipotenusa. Encontre, desta forma, uma aproximação melhor para CD com duas casas decimais.