

# Observando embalagens

O leite integral é vendido em caixas de papelão laminado por dentro. Essas embalagens têm a forma de um paralelepípedo retângulo e a indicação de que contêm 1000 ml de leite, cada uma.

José comprou uma dessas caixas e, após despejar o leite numa leiteira, foi tirar a prova. Com uma régua ele mediu a embalagem:

$$6 \text{ cm} \times 9,5 \text{ cm} \times 16,5 \text{ cm}$$

Ao calcular o volume, ele encontrou:

$$V = 6 \times 9,5 \times 16,5 = 940,5 \text{ cm}$$

Como ele sabe que  $1 \text{ cm} = 1 \text{ ml}$ , concluiu que estava sendo enganado em quase 60 ml, por litro! Para confirmar sua suspeita, ele derramou 1ℓ de água dentro da caixa. E foi aí que, cheio de espanto, ele observou que **toda** a água coube dentro da caixa, sem derramar.

– Como pode? – pensou. – Pelos meus cálculos só caberiam 940,5 ml, mas, na prática eu observo que a caixa pode conter 1.000 ml!

Olhando com atenção para a caixa de papelão com água, ele observou um fato que lhe permitiu matar a charada. Será que você consegue descobrir que fato foi esse que José observou?

Nesta aula, vamos conferir e comparar volumes de embalagens de mercadorias, aplicando o que sabemos sobre volumes de prismas, cubos e cilindros.

A maioria das embalagens das mercadorias que consumimos vem em uma dessas três formas: paralelepípedo retângulo, cubo ou cilindro. Vejamos alguns exemplos:

## Introdução

## Nossa aula

## EXEMPLO1

Uma lata de óleo tem a forma de um cilindro. Seu diâmetro mede 8,4 cm e, sua altura, 18,2 cm. Será que ela comporta 1000 ml de óleo?

O raio da base é 4,2 cm. Como o volume do cilindro é  $V = A \times h$ , temos:

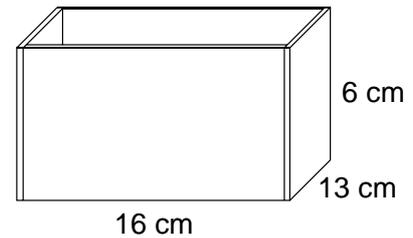
$$V = p \times (4,2)^2 \times 18,2 = 3,14 \times 17,64 \times 18,2 = 1.008 \text{ cm} = 1.008 \text{ ml}$$



Então, a resposta é **sim**.

## EXEMPLO2

Uma caixa é feita com placas de madeira com 0,5 cm de espessura. Depois de pronta, observa-se que as medidas da caixa, pela parte externa, são 13 cm  $\times$  16 cm  $\times$  6 cm.



Qual o volume externo da caixa?

$$V = a \times b \times c = 13 \times 16 \times 6 = 1.248 \text{ cm}$$

Qual é a capacidade da caixa, isto é, seu volume interno?

Observe que as medidas do interior da caixa são as medidas do exterior, subtraindo-se a espessura da madeira. Assim, cada lado ficará subtraído de  $2 \times 0,5 \text{ cm} = 1,0 \text{ cm}$  e o fundo, de 0,5 cm, passando a medir, então:

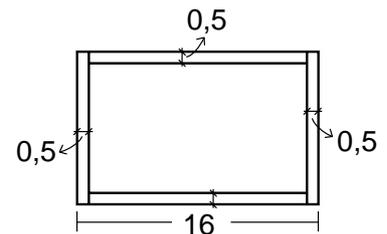
$$16 - 1 = 15 \text{ cm}$$

$$13 - 1 = 12 \text{ cm}$$

$$6 - 0,5 = 5,5 \text{ cm}$$

O volume interno é:

$$V = 15 \times 12 \times 5,5 = 990 \text{ cm}$$



Qual o volume de madeira utilizada?

O volume de madeira será a diferença entre o volume externo e o interno. Logo, o volume de madeira é:

$$V_{\text{madeira}} = 1.248 - 990 = 258 \text{ cm}$$

## Qual embalagem é mais econômica?

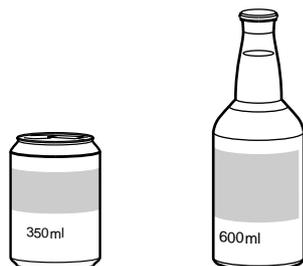
As bebidas normalmente, são vendidas em embalagens diferentes. É preciso ter sempre atenção na hora de decidir qual comprar. Veja o exemplo:

Certa bebida é vendida em dois tipos de embalagem:

- em garrafa de 600 ml, por R\$ 0,78.
- em lata de 350 ml, por R\$ 0,49.

Qual das duas embalagens é mais vantajosa?

Para resolver essa questão, vamos calcular o preço de cada ml, em cada uma das embalagens e, em seguida, comparar seus valores.



- Garrafa:  $78 \div 600 = 0,13$  centavos por ml
- Lata:  $49 \div 350 = 0,14$  centavos por ml

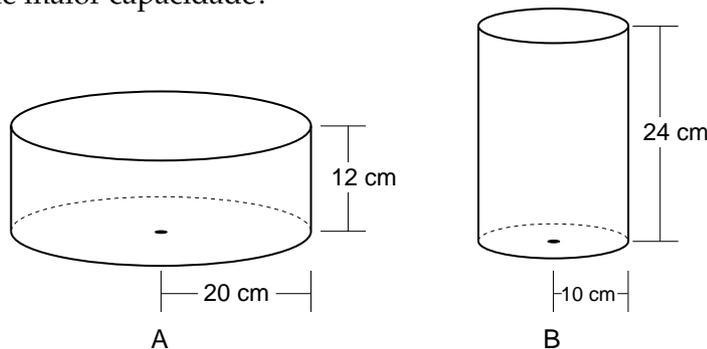
Observe que o valor de cada ml, na embalagem garrafa, é mais barato que na embalagem lata. Logo, comprar em garrafa é mais vantajoso.

## Quem é maior?

São comuns os objetos em forma cilíndrica. Num supermercado, se você observar as embalagens, vai identificar facilmente essa forma.



Uma pessoa dispõe de dois recipientes cilíndricos: um tem raio de 20 cm e altura de 12 cm; o outro tem a metade do raio, porém o dobro da altura. Qual o recipiente de maior capacidade?



Vamos calcular seus volumes e comparar os resultados:

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h$$

$$V_A = p \times 20^2 \times 12 = 4.800 p \text{ cm} \qquad V_B = p \times 10^2 \times 24 = 2.400 p \text{ cm}$$

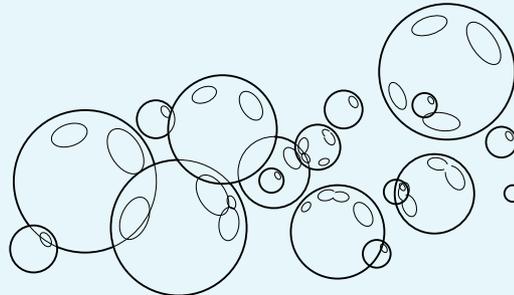
Como você pode observar, o recipiente mais baixo, recipiente A, possui maior capacidade.

À primeira vista, pode parecer que o fato de o recipiente ter a metade do raio será compensado por ter o dobro da altura. Porém, isso não acontece.

No cálculo do volume do cilindro,  $V = pR^2 \cdot h$ , observamos que o raio vem elevado ao quadrado e a altura não. Isso significa que, quando calculamos o volume, as variações ocorridas no raio têm um peso maior do que as variações na altura. Por esse motivo, os dois fatos não se contrabalançam, predominando a variação do raio sobre o valor final do volume.

### Uma Curiosidade

Você sabe por que as bolhas de sabão são esféricas?



A película que forma a bolha de sabão está submetida a tensões que fazem com que ela tenha a menor área possível.

A figura geométrica que consegue abranger um certo volume com a menor área possível é a **esfera**.

Assim, se os fabricantes de leite integral, por exemplo, quisessem economizar o máximo de papelão em suas embalagens, elas deveriam ser esféricas. O problema é que, neste caso, o custo da confecção desse tipo de embalagem ficaria muito alto e não valeria a pena.

Será que agora, depois de ler essa curiosidade, você saberia adivinhar qual foi o fato observado por José, na caixa de leite, quando colocou 1ℓ de água dentro dela? (Volte e leia outra vez a introdução.)

Bem, isso encerra nossa aula de hoje. A partir de agora, preste bastante atenção às embalagens, suas capacidades e seus custos. Mas, antes, vamos praticar.

**Exercício 1**

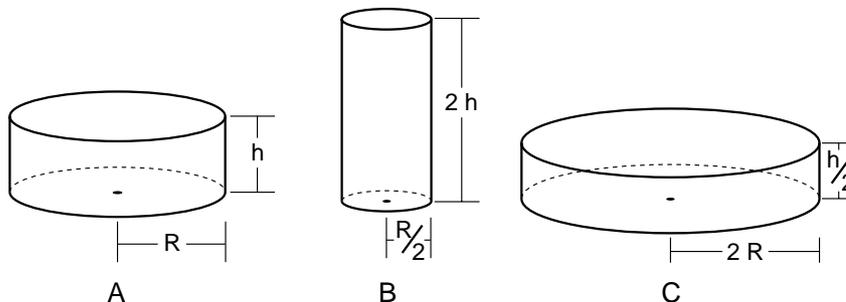
Um tablete de margarina, com 100 g, mede  $3\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 12,5\text{ cm}$  e tem a forma de um paralelepípedo. Um quilo dessa margarina é vendido em latas cilíndricas, com 11 cm de diâmetro e 12 cm de altura. Essa embalagem é honesta? (Considere  $\pi = 3,14$ ).

**Exercício 2**

Um supermercado vende pedaços de goiabada. Os pedaços têm a forma aproximada de paralelepípedos. Um pedaço mede  $6\text{ cm} \times 5\text{ cm} \times 8\text{ cm}$  e custa R\$ 0,72. Um outro pedaço, de  $8\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 9\text{ cm}$ , é vendido a R\$ 1,35. Qual dos dois pedaços será mais vantajoso comprar?

**Exercício 3**

Qual o tanque com maior capacidade?

**Exercício 4**

Uma barra de doce de leite (paralelepípedo retângulo), com  $5\text{ cm} \times 6\text{ cm} \times 7\text{ cm}$ , foi completamente envolvida com papel laminado. Se a barra for cortada em cubos de 1 cm de aresta, quantos cubos ficarão sem qualquer cobertura de papel laminado? (UFRJ-1990)

**Exercício 5**

Um cubo é construído com placas de madeira com 0,5 cm de espessura. A diferença entre o volume externo e o interno desse cubo vale  $37\text{ cm}^3$ . Calcule o volume interno desse cubo.

**Exercício 6**

Um tubo de plástico tem diâmetro interno igual a 1,6 cm. Qual deve ser o seu comprimento para que ele possa conter 1ℓ de água?

**Exercício 7**

As latas de leite condensado têm a forma de um cilindro equilátero, ou seja, um cilindro cuja altura é igual ao diâmetro da base. A altura dessas latas mede 7,4 cm, aproximadamente, e elas contêm 300 g de leite. Com base nesses dados, calcule qual deve ser o volume ocupado por 1 kg de leite condensado.

**Exercício 8**

No rótulo de um balde de sorvete, encontra-se a informação de que seu conteúdo é de 3 litros. O balde tem forma cilíndrica com 16 cm de diâmetro. Calcule quanto deve medir sua altura.

**Exercício 9**

O doce de leite é vendido, em um supermercado, em dois tipos de embalagem:

- um tijolo, cujas medidas são  $8\text{ cm} \times 10\text{ cm} \times 9\text{ cm}$  e que custa R\$ 4,80.
- pequenas unidades, medindo  $1,5\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 1,0\text{ cm}$

Por quanto deve ser vendida cada uma das pequenas unidades, de modo a não haver vantagem de uma embalagem sobre a outra?