AULA

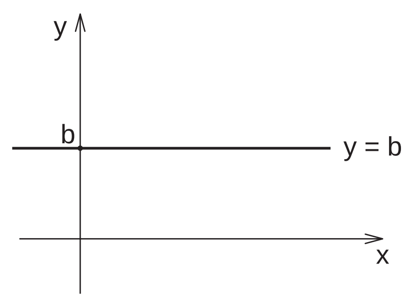
30

A função y = ax + b

Introdução

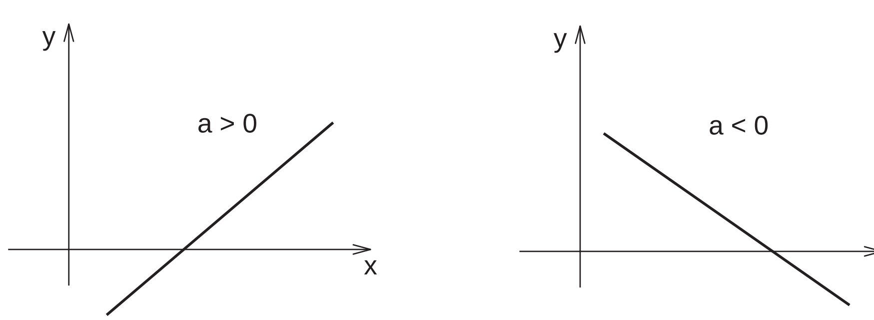
Na Aula 9, tivemos um primeiro contato com a equação **y = ax + b** e aprendemos que seu gráfico é uma reta. Vamos então recordar algumas coisas.

- Se **a = 0**, a nossa equação fica com a forma **y = b** e passaremos a chamá-la de ***função constante***. Seu gráfico é uma reta horizontal. Veja:



Função constante: y = b

Se $\mathbf{a \neq 0}$, a expressão **y = ax + b** chama-se ***função do primeiro grau***. Ainda, se **a > 0** (**a** positivo) ela é uma ***função crescente***; se **a < 0** (**a** negativo), ela é uma ***função decrescente***, como mostram os gráficos:



Funções do 1º grau

Nesta aula, vamos aprender um pouco mais sobre a função do 1º grau, que é a única cujo gráfico é uma reta.

Nossa aula

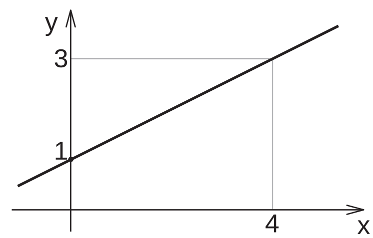
Inicialmente precisamos rever o gráfico da função do 1º grau. Como construí-lo?

Se ele é uma reta, então bastam dois pontos para sua determinação. Por exemplo, vamos desenhar o gráfico da função:

$$y = \frac{1}{2}x + 1$$

Atribuímos a **x** dois valores quaisquer e calculamos os valores correspondentes de **y**. Na tabela a seguir, fizemos x = 0 e x = 4. Os valores de **y** foram calculados, os pontos marcados no plano cartesiano e o gráfico construído.

x	y
0	1
4	3



Agora, precisamos fazer o contrário. Dados dois pontos de uma função do 1º grau, como proceder para descobrir uma fórmula que a represente? Acompanhe o exemplo a seguir.

EXEMPLO 1

Descobrir a função do 1º grau que contém os pontos (3, 9) e (5, 13).

Solução: A função do 1º grau tem a forma y= ax + b. Vamos substituir nessa expressão os dois pontos dados.

Substituindo (3, 9) $\rightarrow$ $9 = a . 3 + b$
Substituindo (5, 13) $\rightarrow$ $13 = a . 5 + b$

Organizando essas equações, temos um sistema:

$$\begin{cases} 3a + b = 9 \\ 5a + b = 13 \end{cases}$$

Para resolver, vamos trocar os sinais da primeira equação e depois somar:

$$\begin{array}{rcl} -3a - b & = & -9 \\ 5a + b & = & 13 \\ \hline 2a & = & 4 \end{array} \quad \rightarrow \quad a = 2$$

Substituindo **a = 2** na primeira equação, temos:

$$\begin{aligned} 3 . 2 + b &= 9 \\ b &= 9 - 6 \\ b &= 3 \end{aligned}$$

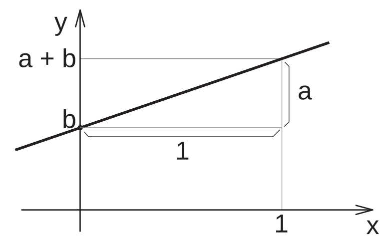
Logo, a função procurada é **y = 2x + 3**.

O coeficiente angular

Na equação **y = ax + b**, **a** é o ***coeficiente angular*** e **b** o ***coeficiente linear***. Este último mostra, como já vimos, o lugar em que a reta corta o eixo dos **y**. Vamos ver, então, o que representa o coeficiente angular.

Atribuindo a **x** os valores 0 e 1 na função y = ax + b, construímos a tabela e o gráfico:

x	y
0	b
1	a + b



> ***O coeficiente angular é o valor que a função aumenta (ou diminui) quando se aumenta a variável* x *em uma unidade.***

Para que isso fique mais claro, vamos ver um exemplo prático.

EXEMPLO 2

Na conta telefônica de uma residência, o valor total a ser pago é calculado da seguinte maneira:

- A assinatura da linha telefônica dá direito a um certo número de ligações e custa R$ 0,61. Passando desse número, o valor das ligações (pulsos) excedentes é calculado multiplicando-se o número de pulsos extras pelo valor de cada pulso, que é de R$ 0,03.

- Em seguida, esse valor é acrescentado ao valor da assinatura e obtemos o valor total da conta.

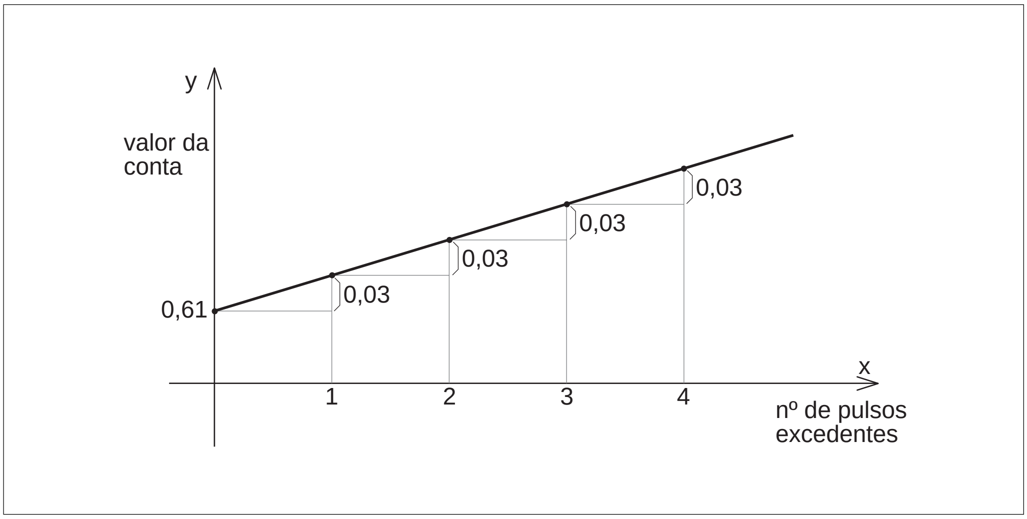
Qual será a fórmula matemática que permite calcular a conta telefônica?

Solução: Chamando de **x** o número de pulsos excedentes no período e de **y** o valor da conta telefônica, podemos escrever o seguinte:

nº de pulsos excedentes: **x**
valor da conta: **y**

$$y = \underbrace{0{,}61}_{\text{valor da assinatura}} + \underbrace{0{,}03}_{\text{valor do pulso}} \cdot \underbrace{x}_{\text{nº de pulsos excedentes}}$$

Observe agora como fica o gráfico:



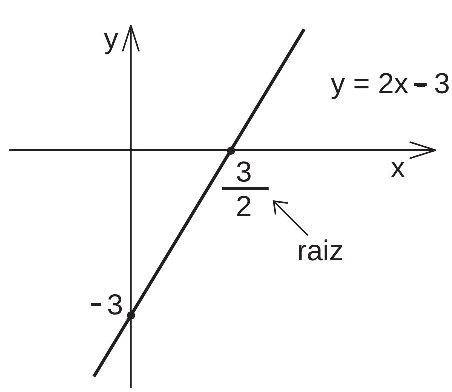
Na função y = 0,03x + 0,61, observe que 0,61 é o ***coeficiente linear*** e que 0,03 é o ***coeficiente angular***. Veja no gráfico que este último - o coeficiente angular - é o valor que a função aumenta quando **x** cresce uma unidade. Ele é a altura do degrau da escada que o gráfico mostra.

A raiz da função

A ***raiz*** da função y = ax + b é o valor de **x** que torna **y** igual a zero. Por isso, esse valor de **x** também é chamado de ***zero da função***. Vamos calcular, por exemplo, a raiz (ou o zero) da função **y = 2x - 3**. Fazendo **y = 0**, temos:

$$2x - 3 = 0$$
$$2x = 3$$
$$x = \frac{3}{2}$$

O valor **x =** $\frac{3}{2}$ é a raiz (ou o zero) da função **y = 2x - 3**. Como você vê no gráfico abaixo, a raiz da função é o ponto onde a reta corta o eixo dos **x**.



EXEMPLO 3

No Brasil, as temperaturas são medidas em graus Celsius. Nos Estados Unidos, elas são medidas em outra escala: em graus Farenheit. Um técnico está trabalhando com um motor americano e as temperaturas de funcionamento estão nesta escala, que ele desconhece. Felizmente, existe uma fórmula que permite relacionar a escala americana com a que usamos aqui:

$$y = \frac{5x - 160}{9}$$

onde
y é a temperatura em graus Celsius (ºC)
x é a temperatura em graus Farenheit (ºF)

Como é o gráfico dessa função?
Solução: Para fazer o gráfico de uma função do 1º grau, necessitamos de dois pontos quaisquer. Vamos escolher **y = 0**, que é a temperatura em que a água vira gelo, e **y = 100**, que é a temperatura em que a água ferve:

$$\mathbf{y = 0} \quad \rightarrow \quad \frac{5x - 160}{9} = 0$$

$$5x - 160 = 0$$

$$5x = 160$$

$$x = \frac{160}{5} = 32$$

$$\mathbf{y = 100} \quad \rightarrow \quad \frac{5x - 160}{9} = 100$$

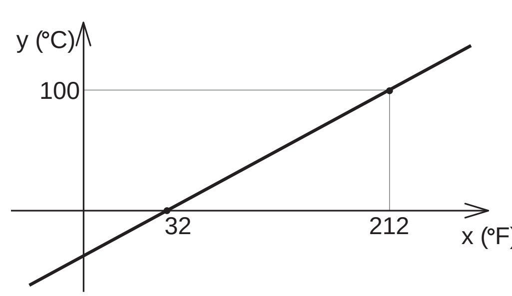
$$5x - 160 = 900$$

$$5x = 1.060$$

$$x = \frac{1.060}{5} = 212$$

Observe então a tabela e o gráfico:

x	y
32	0
212	100



Veja que o zero (ou raiz) da função $\mathbf{y} = \frac{5x - 160}{9}$ é $\mathbf{x = 32}$.

Observe que, na escala Farenheit, a água congela a 32ºF e ferve a 212ºF.

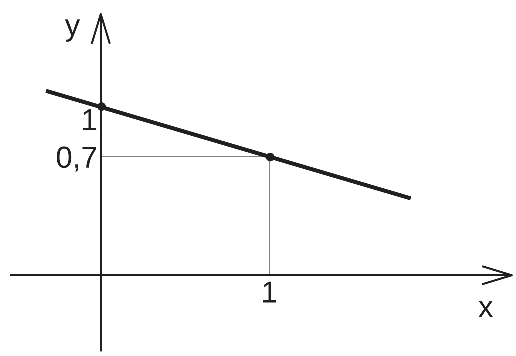
Exercício 1

Considere a função $y = 3x - 6$.

a) Qual é o coeficiente angular?
b) Qual é o coeficiente linear?
c) Qual é a raiz da função?
d) O ponto (12, 30) pertence a essa função?

Exercício 2

O gráfico abaixo mostra uma função do 1º grau:



a) Qual é o coeficiente linear?
b) Qual é o coeficiente angular?

Exercício 3

Faça o gráfico da função $y = 0{,}4 \cdot x + 2$.

Exercício 4

Determine a função do 1º grau que contém os pontos:

a) (1, - 3) e (6, 7);
b) (1, 3) e (5, - 1).

Exercício 5

Na função da temperatura que mostramos no Exemplo 3, qual é o coeficiente angular?

Exercício 6

O taxímetro determina o preço da corrida em ***unidades taximétricas*** (UTs). Estas são depois convertidas em reais e a tabela de conversão é diferente em cada cidade. O taxímetro parte de um valor de UTs chamado ***bandeirada*** e acrescenta o mesmo valor de UTs para cada quilômetro rodado.

Vicente fez várias corridas de táxi. Verificou que, percorridos 3 km, o taxímetro marcou 3 UTs; percorridos 8 km, o taxímetro marcou 5 UTs. Seja **x** o número de quilômetros percorridos e **y** o número de UTs marcado, determine:

a) **y** em função de **x**;
b) quantas UTs o taxímetro marca em uma corrida de 20 km.