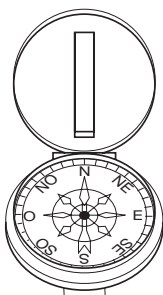


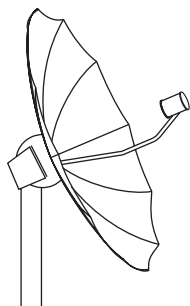
# Medida de ângulos

**H**á muitas situações em que uma pequena mudança de ângulo causa grandes modificações no resultado final. Veja alguns casos nos quais a precisão dos ângulos é fundamental:

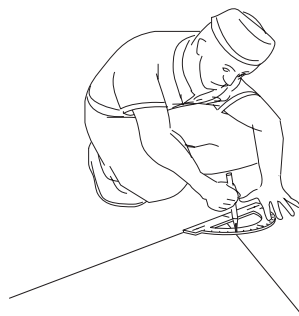
## Introdução



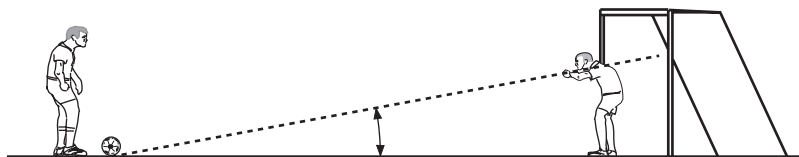
Para saber a direção a seguir



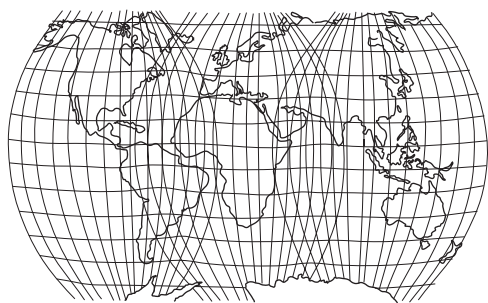
Para instalar uma antena parabólica



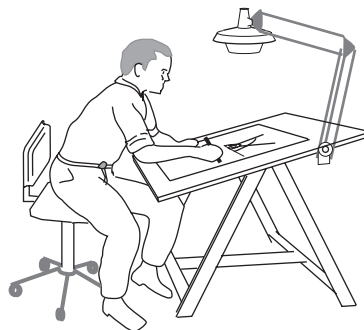
Na construção civil



No futebol



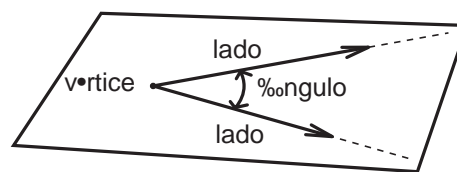
Na localização no mapa



Na arquitetura

São tantos os exemplos que você já deve estar se lembrando de outros. Mas o que é ângulo?

*Ângulo é o nome que se dá à abertura formada por duas semi-retas que partem de um mesmo ponto.*

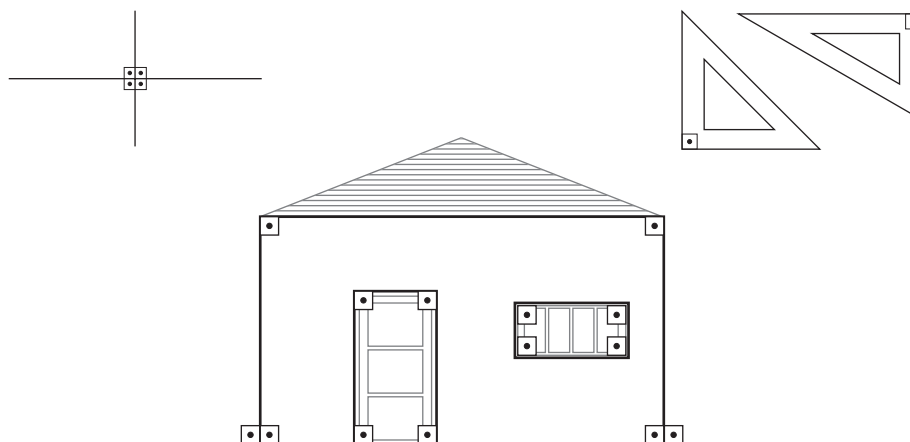


As semi-retas que formam o ângulo são os *lados do ângulo*, e o ponto de origem das semi-retas é chamado *vértice do ângulo*.

Nesta aula vamos estudar um pouco mais sobre os ângulos, como medi-los (que instrumentos usar e qual a unidade de medida) e alguns exemplos e aplicações importantes.

### Nossa aula

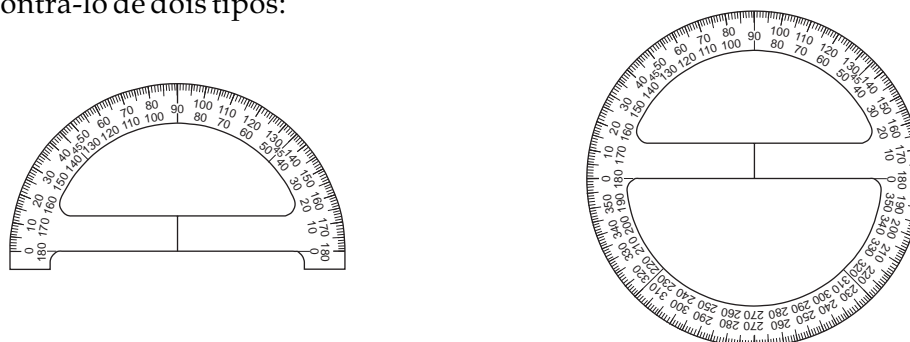
O ângulo mais famoso, justamente por ser o mais comum, é o *ângulo reto*. Você se lembra dele? O ângulo reto é aquele ângulo formado por duas retas perpendiculares e que está sempre presente nos esquadros. Você deve lembrar também que o ângulo reto mede  $90^\circ$ .



Falando em medida de um ângulo, neste caso o ângulo reto, perguntamos:

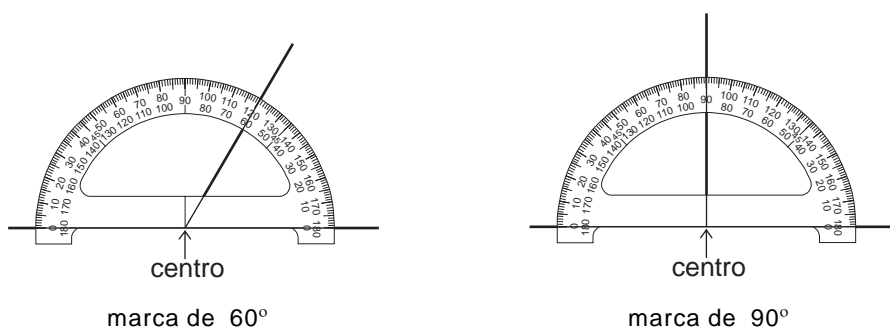
### Como medir um ângulo?

O instrumento utilizado para medir ângulos é o *transferidor*, e você pode encontrá-lo de dois tipos:



Usar o transferidor é muito simples. Observe estes exemplos e depois pratique desenhando ângulos e medindo-os com seu transferidor.

Dado um ângulo, devemos fazer coincidir seu vértice com o centro do transferidor e um de seus lados com a marca do zero do transferidor, como mostram as figuras:



A unidade de medida de ângulo é o *grau*. Desenhando uma circunferência e dividindo-a em 360 pequenos ângulos iguais, obtemos um ângulo de um grau. Usando o transferidor, desenhamos um ângulo de  $1^\circ$  (um grau). Verifique como ele é pequeno!



### EXEMPLO 1

Qual destes ângulos é maior?



Usando um transferidor, você pode verificar que os três ângulos possuem a mesma abertura (20 graus) e portanto são do mesmo tamanho.

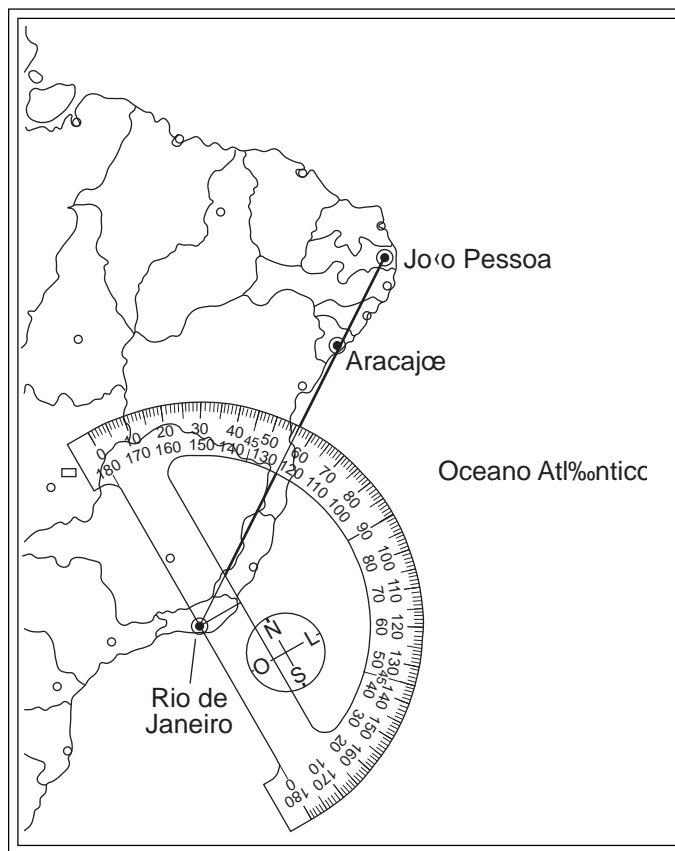
*Se dois ângulos têm a mesma abertura, também têm a mesma medida.*

### EXEMPLO 2

Na ilustração que está na próxima página, você pode observar uma parte do litoral brasileiro. Vamos ver como calcular a direção, da rota de um avião, supondo que ele viaje usando sempre a menor distância entre dois pontos, ou seja, em linha reta.

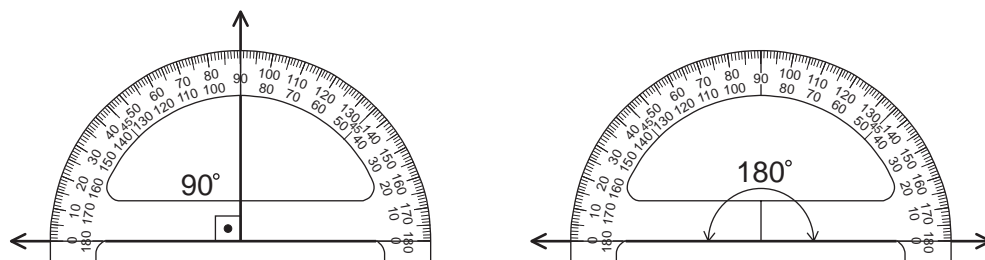
Nos mapas usados pela aviação, encontramos pequenas bússolas desenhadas sobre algumas cidades. Para calcular o ângulo de uma rota, o piloto coloca um transferidor sobre o mapa e faz a leitura do ângulo. O diâmetro do transferidor deve ter a mesma direção que a direção Norte-Sul da bússola, sendo que  $0^\circ$  corresponde ao norte magnético.

Nesta ilustração, você pode conferir que a rota de um vôo do Rio de Janeiro a Aracaju é de  $56^\circ$ . Observe que a rota do Rio de Janeiro a João Pessoa também é de  $56^\circ$ , porém a distância desta viagem é maior do que a da primeira.

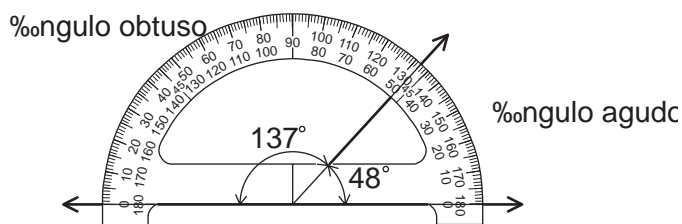


### Classificando ângulos

Você já sabe que o ângulo que mede  $90^\circ$  é chamado *ângulo reto*. Outro ângulo que recebe nome especial é o ângulo que mede  $180^\circ$ . Neste tipo de ângulo, as duas semi-retas que formam os lados estão sobre uma mesma reta, e ele é chamado *ângulo raso*.

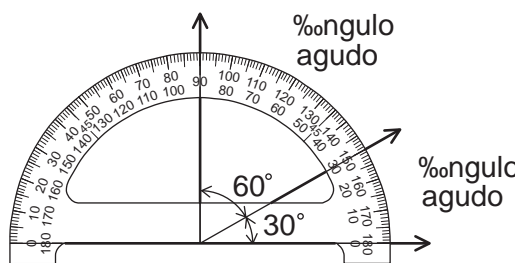


Ângulos com medidas entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$  são chamados *ângulos agudos*, e ângulos com medidas entre  $90^\circ$  e  $180^\circ$  são chamados *ângulos obtusos*.



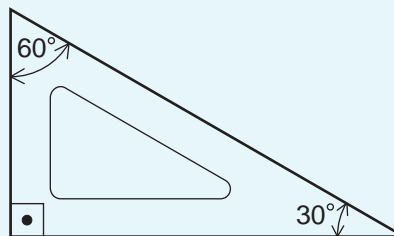
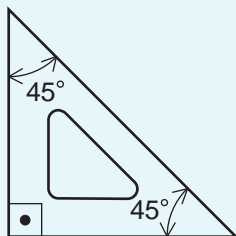
Na figura anterior, temos um ângulo agudo e um ângulo obtuso e, além disso, a soma de suas medidas é igual a  $180^\circ$ . Quando a soma de dois ângulos é  $180^\circ$ , eles são chamados *ângulos suplementares*.

Quando dois ângulos agudos somam  $90^\circ$ , eles são chamados *ângulos complementares*.



### Curiosidade

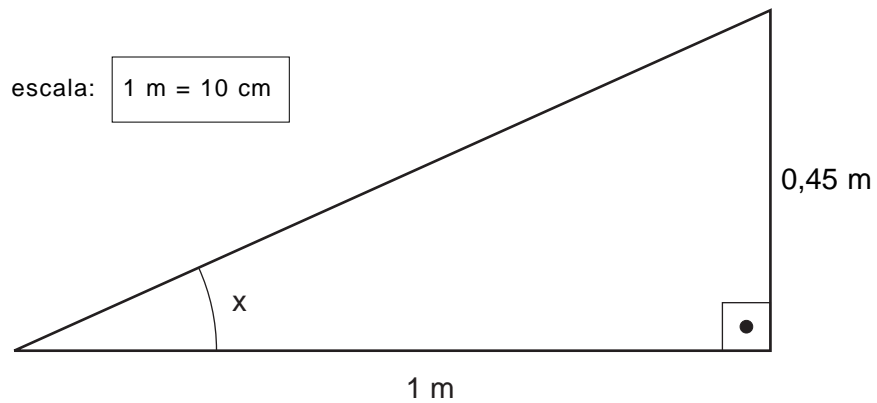
Você já observou um par de esquadros? Existem dois tipos de esquadro. Um deles é formado por um ângulo reto e dois ângulos de  $45^\circ$ , e o outro possui um ângulo reto, um ângulo de  $30^\circ$  e outro de  $60^\circ$ . Confira!



## EXEMPLO 3

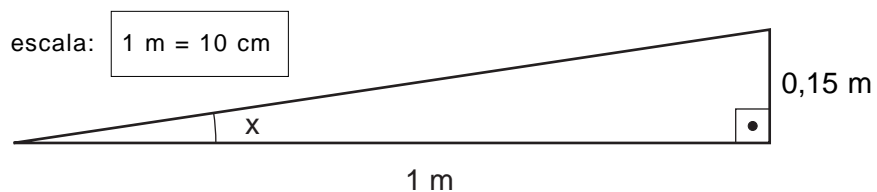
Para decidir com um carpinteiro qual o ângulo de inclinação que seu telhado terá, você precisa saber que tipo de telha irá utilizar.

Um carpinteiro nos informou que, para usar telhas francesas, o telhado pode ter um caimento de 45%. Isso significa que, nesse caso, para cada metro horizontal, o telhado "cai" 45% de metro. Representamos essa situação com um desenho em escala a seguir:



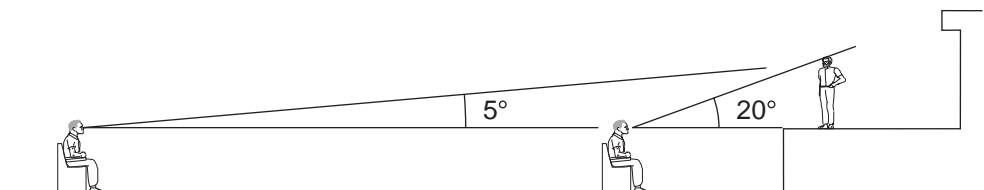
Medindo com o transferidor o ângulo  $x$  de inclinação do telhado, encontramos  $25^\circ$ .

Se você decidir usar telha de amianto, o ângulo de inclinação pode ser um ângulo de  $10^\circ$ . Nesse caso, o caimento do telhado seria aproximadamente de 15%. Confira usando o desenho a seguir.



## EXEMPLO 4

Você já reparou que, quando observamos um automóvel que se distancia ao longo de uma grande avenida, ele parece estar diminuindo de tamanho? Ou que, quando assistimos a um grande show, quanto mais longe do palco, menores parecem ser os artistas?



Observe a ilustração abaixo. Nela, um homem foi desenhado maior do que o outro para dar a impressão de que está mais perto de nós. Como vemos o homem “menor” sob um ângulo de visão menor, nosso cérebro interpreta a cena como se esse homem estivesse mais afastado do que o primeiro.



Podemos concluir que o ângulo de visão que temos de um objeto depende da distância desse objeto e da posição que estamos em relação a ele. E nosso ângulo de visão máximo, sem mexer a cabeça, é de  $180^\circ$ .

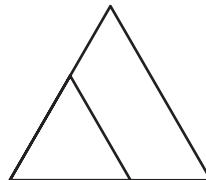
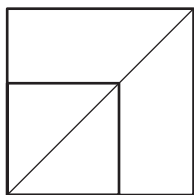
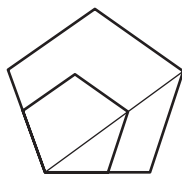
### Os ângulos e a semelhança

Na Aula 21, você estudou semelhança de figuras planas. Relembre agora o importante papel que os ângulos exercem no caso de figuras semelhantes.

*Sempre que dois polígonos são semelhantes, seus ângulos são iguais e seus lados são proporcionais e vice-versa.*

Observe os polígonos abaixo.

Como são polígonos semelhantes, você pode medir os ângulos correspondentes em cada par e verificar que suas medidas são iguais.



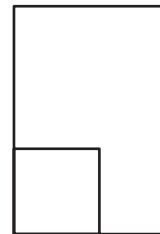
Mas será que a recíproca é verdadeira? Ou seja, será que, sempre que os ângulos forem iguais, os polígonos serão semelhantes?

Não! Basta verificar que isso não vale para um exemplo. Veja:

Um quadrado e um retângulo não são semelhantes. No entanto, ambas as figuras possuem quatro ângulos retos.

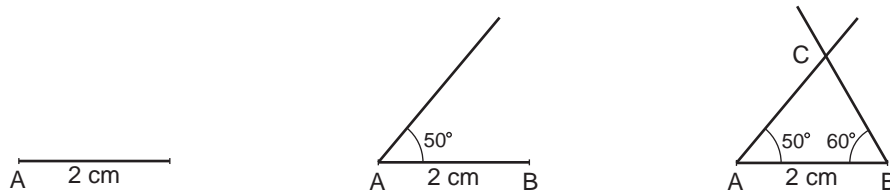
Mas existe um caso especial. Quando o nosso polígono for um *triângulo* é verdadeiro afirmar que *se os três ângulos correspondentes de dois triângulos são iguais, então os triângulos são semelhantes*.

Podemos verificar este fato construindo pares de triângulos com ângulos iguais. Observe o exemplo seguinte.



### EXEMPLO 5

Construa dois triângulos diferentes com ângulos medindo  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $70^\circ$ .



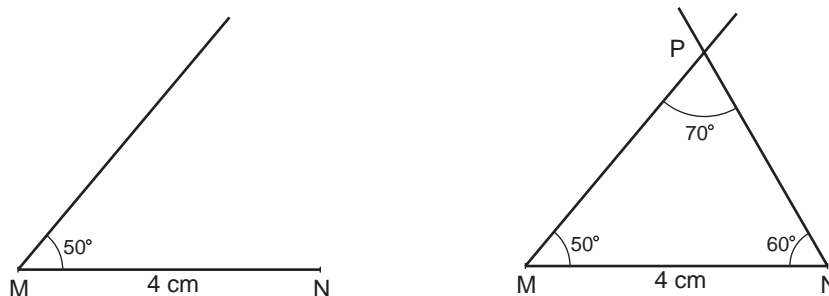
Vamos construir o primeiro triângulo e chamá-lo de ABC. Desenhemos um segmento qualquer que será sua base AB. Usando o transferidor, marcamos em A um ângulo de  $50^\circ$  e em B um ângulo de  $60^\circ$ . Traçando as semi-retas que formam o segundo lado de cada um desses ângulos, o ponto onde elas se encontram é o vértice C do triângulo ABC.

Verifique que o ângulo com vértice em C mede  $70^\circ$ .

$$(50^\circ + 60^\circ + 70^\circ = 180^\circ)$$

*A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ .*

Vamos agora utilizar o mesmo processo para desenhar outro triângulo MNP com ângulos de  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $70^\circ$ . Já que queremos um triângulo diferente, vamos começar com uma base maior.



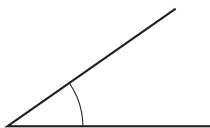
Agora, medindo os lados dos dois triângulos podemos verificar que são proporcionais. Dobramos o comprimento da base, e os outros 2 lados, automaticamente, dobraram suas medidas.



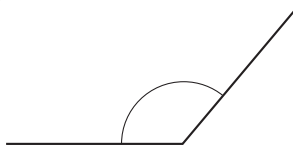
**Exercício 1**

Use o transferidor e meça os ângulos abaixo:

a)



b)



c)

**Exercício 2**

Desenhe ângulos conforme o que se pede:

- a) agudo
- b) reto
- c) obtuso
- d) raso

**Exercício 3**

Utilize o mapa do Exemplo 2 e determine os ângulos das rotas abaixo:

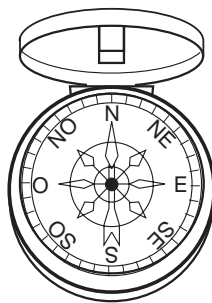
- a) Rio-Vitória;
- b) Rio-São Paulo

**Exercício 4**

No mesmo mapa, podemos observar que a rota Rio-Belém é de  $15^\circ$ . Se o piloto errar e marcar nos aparelhos uma rota de  $150^\circ$ , o que acontece?

**Exercício 5**

Observe a bússola da figura e descubra, usando um transferidor, a quantos graus correspondem as direções NE (Nordeste), SE (Sudeste), NW (Noroeste), SW (Sudoeste).



Estas abreviaturas no texto referem-se à bússola, que sempre traz as direções em inglês.

**Exercício 6**

Construa um triângulo MNP semelhante a qualquer triângulo cujos ângulos meçam  $110^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $40^\circ$ .

**Exercício 7**

Determine o ângulo suplementar (ou o suplemento) de:

- a)  $120^\circ$
- b)  $43^\circ$

**Exercício 8**

Determine o ângulo complementar (ou o complemento) de:

- a)  $37^\circ$
- b)  $25^\circ$